

## ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ВЫТЯЖКА С УТОНЕНИЕМ СТЕНКИ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗАГОТОВОК ИЗ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Дериева А.Н., Агеева А.И.

ГОУ ВПО «ТулГУ»

Кафедра «Механика пластического формоизменения»

Научный руководитель: д.т.н., проф. Яковлев С.П.

*Установлено влияние технологических параметров и анизотропии механических свойств заготовки на силовые режимы и предельные возможности вытяжки с утонением стенки толстостенных цилиндрических заготовок.*

Рассмотрена операция вытяжки с утонением стенки осесимметричной толстостенной цилиндрической заготовки. Материал заготовки жесткопластический, обладает цилиндрической анизотропией механических свойств [1]. Течение материала принимается осесимметричным. Анализ процесса вытяжки с утонением стенки реализуется в цилиндрической системе координат. Схема к анализу вытяжки с утонением стенки приведена на рис. 1. Течение материала принимается установившимся. Принимаем, что условия трения на контактной поверхности инструмента с заготовкой подчиняется закону Кулона

$$\tau_M = \mu_M \sigma_{nM}; \quad \tau_{II} = \mu_{II} \sigma_{nII},$$

где  $\mu_M$  и  $\mu_{II}$  - коэффициенты трения на контактных поверхностях матрицы и пуансона;  $\sigma_{nM}$  и  $\sigma_{nII}$  - нормальные напряжения на контактных поверхностях матрицы и пуансона соответственно.

Условие несжимаемости материала позволяет установить связь между скоростью течения материала на входе в очаг деформации и выходе из очага деформации:

$$V_0 = V_1 \frac{s_1 (s_1 + 2\rho_{II})}{s_0 (s_0 + 2\rho_{II})}. \quad (1)$$

Компоненты осевой  $V_z$  и радиальной  $V_\rho$  скоростей течения могут быть определены по выражениям:

$$V_z = -V_0 \frac{[\rho + (l-z) \operatorname{tg}\beta]^2 - \rho_{II}^2}{\rho^2 - \rho_{II}^2}; \quad V_\rho = -V_0 \frac{[\rho + (l-z) \operatorname{tg}\beta]^2 - \rho_{II}^2}{\rho^2 - \rho_{II}^2} \operatorname{tg}\beta, \quad (2)$$

где  $\operatorname{tg}\beta = \frac{\operatorname{tg}\alpha (\rho - \rho_{II})}{s_0 - \operatorname{tg}\alpha (l-z)}$ .

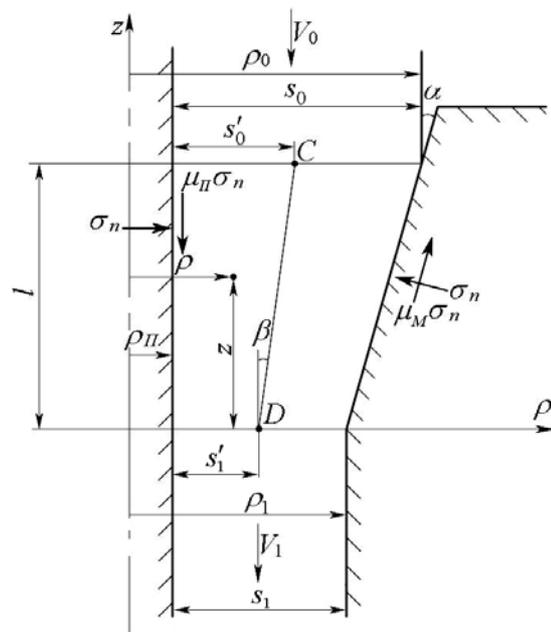


Рис. 1. Схема к анализу вытяжки с утонением стенки

Скорости деформаций рассчитываются по выражениям, полученным с учетом соотношений (2), условия несжимаемости материала  $\xi_\rho = -\xi_z - \xi_\theta$ , следующим образом:

$$\begin{aligned}\xi_z &= \frac{\partial V_z}{\partial z} = 2V_0 \frac{s_0 \operatorname{tg} \alpha [\rho s_0 - (l-z) \operatorname{tg} \alpha \rho_{II}]}{(\rho + \rho_{II}) [s_0 - (l-z) \operatorname{tg} \alpha]^3}, \\ \xi_\theta &= \frac{V_\rho}{\rho} = -V_0 \frac{s_0 [s_0 (\rho + \rho_{II}) - 2(l-z) \operatorname{tg} \alpha \rho_{II}] (\rho - \rho_{II}) \operatorname{tg} \alpha}{(\rho + \rho_{II}) \rho [s_0 - \operatorname{tg} \alpha (l-z)]^3}, \\ \xi_\rho &= \frac{\partial V_\rho}{\partial \rho} = -V_0 \frac{s_0^2 \operatorname{tg} \alpha \rho^2 + s_0^2 \operatorname{tg} \alpha \rho_{II}^2 - 2(l-z) \operatorname{tg}^2 \alpha \rho_{II}^2 s_0}{(\rho + \rho_{II}) [s_0 - (l-z) \operatorname{tg} \alpha]^3 \rho}, \\ \xi_{\rho z} &= \frac{1}{2} V_0 \frac{U}{V},\end{aligned}\quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}U &= s_0 \operatorname{tg}^2 \alpha (\rho^2 - \rho_{II}^2) [3\rho s_0 - 4(l-z) \rho_{II} \operatorname{tg} \alpha + \rho_{II} s_0] - \\ &\quad - 2s_0 \rho_{II} (l-z) \operatorname{tg} \alpha [s_0 - (l-z) \operatorname{tg} \alpha]^2; \\ V &= (\rho + \rho_{II})^2 [s_0 - (l-z) \operatorname{tg} \alpha]^4.\end{aligned}$$

Величина интенсивности скоростей деформаций  $\xi_i$  вычисляется по выражению [2]:

$$\begin{aligned}\xi_i &= \sqrt{2(R_z + R_\theta + R_z R_\theta)} \left\{ R_\theta^2 [(1 + R_z) \xi_\theta + R_z \xi_z]^2 + R_\theta R_z [(1 + R_z) \xi_z + R_\theta \xi_\theta]^2 + \right. \\ &\quad \left. + R_\theta (R_z \xi_z - R_\theta \xi_\theta)^2 + \frac{2\xi_{\rho z}^2}{R_{\rho z}} R_\theta^2 (1 + R_\theta + R_z)^2 \right\}^{1/2} / [\sqrt{3} R_z^{1/2} R_\theta (1 + R_\theta + R_z)],\end{aligned}\quad (4)$$

где  $R_z = \frac{H}{G}$ ;  $R_\theta = \frac{H}{F}$ ;  $R_{\rho z} = \frac{M}{F}$ ;  $F, G, H, M$  - параметры анизотропии.

Выражение (4) позволяет определить распределение интенсивностей скоростей деформаций вдоль ряда ( $n$ ) траекторий течения материала.

Накопленная интенсивность деформации вдоль траектории с учётом добавки деформации, связанной с изменением поворота траектории частицы материала при входе в очаг деформации, определяется по выражению:

$$\varepsilon_{ik} = \sum_{z=l}^0 \frac{\xi_{ik} \Delta z}{V_{zk}} + \sqrt{\frac{2(R_z + R_\theta + R_\theta R_z)}{3R_z}} \sqrt{\frac{1}{2R_{\rho z}}} \operatorname{tg} \beta_k.\quad (5)$$

Если нужно определить накопленную интенсивность деформации в заготовке после деформации, то следует к рассчитанной величине добавить ещё второй член к выражению (5) на выходе из очага деформации.

Имея в своем распоряжении кривую упрочнения материала, находим среднюю величину интенсивности напряжения  $\sigma_i$  в очаге деформации по формуле

$$\sigma_i = \sigma_{i0} + A \varepsilon_{icp}^n,\quad (6)$$

где  $\sigma_{i0}$ ,  $B$  и  $n$  - параметры кривой упрочнения;  $\varepsilon_{icp}$  - средняя величина интенсивности деформации в очаге деформации.

Для определения напряжений в очаге деформации располагаем уравнениями теории пластического течения анизотропного материала

$$\begin{aligned}
\sigma_z - \sigma_\theta &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\xi_i} \frac{(R_\theta R_z + R_z + R_\theta)(R_z \xi_z - R_\theta \xi_\theta)}{R_z R_\theta (R_z + 1 + R_\theta)}; \\
\sigma_\theta - \sigma_\rho &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\xi_i} \frac{(R_\theta R_z + R_z + R_\theta)(\xi_\theta - R_z \xi_\rho)}{R_z (R_z + 1 + R_\theta)}; \\
\sigma_\rho - \sigma_z &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\xi_i} \frac{(R_\theta R_z + R_z + R_\theta)(R_\theta \xi_\rho - \xi_z)}{R_\theta (R_z + 1 + R_\theta)}; \\
\tau_{\rho z} &= \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{\xi_i} \frac{(R_\theta R_z + R_z + R_\theta)}{R_{\rho z} R_z} \xi_{\rho z}.
\end{aligned} \tag{7}$$

и уравнениями равновесия в цилиндрической системе координат [3]

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{z\rho}}{\rho} = 0, \tag{8}$$

где  $\sigma_\rho, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{\rho z}$  - нормальные и касательное напряжения, являющиеся функциями  $\rho$  и  $z$ .

Рассмотрим третье уравнение равновесия из системы (8). Используя соотношения (7) и выражение для определения  $\xi_{\rho z}$ , получим

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{3} \frac{\sigma_{i\text{cp}}}{\xi_{i\text{cp}}} \frac{R_\theta R_z + R_z + R_\theta}{R_{\rho z} R_z} \left[ F_{\rho z}(\rho, z) \right]_\rho + \\
+ \frac{1}{3} \frac{\sigma_{i\text{cp}}}{\xi_{i\text{cp}}} \frac{R_\theta R_z + R_z + R_\theta}{R_{\rho z} R_z} \frac{F_{\rho z}(\rho, z)}{\rho} = 0,
\end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\begin{aligned}
F_{\rho z}(\rho, z) &= \frac{1}{2} V_0 \frac{U}{V}; \quad \left( F_{\rho z}(\rho, z) \right)_\rho = \frac{\partial}{\partial \rho} F_{\rho z}(\rho, z) = \frac{1}{2} V_0 \times \\
&\times \frac{s_0 t g^2 \alpha [9\rho^2 s_0 - 8(l-z)\rho_{II}\rho t g \alpha + 2\rho_{II}\rho s_0 - 3\rho_{II}^2 s_0]}{(\rho + \rho_{II})^2 [s_0 - (l-z)t g \alpha]^4} - \\
&- \frac{1}{2} V_0 \frac{s_0 t g^2 \alpha (\rho^2 - \rho_{II}^2) [3\rho s_0 - 4(l-z)\rho_{II} t g \alpha + \rho_{II} s_0]}{(\rho + \rho_{II})^4 [s_0 - (l-z)t g \alpha]^8} - \\
&- \frac{2s_0 \rho_{II} (l-z) t g \alpha [s_0 - (l-z)t g \alpha]^2 2(\rho + \rho_{II}) [s_0 - (l-z)t g \alpha]^4}{(\rho + \rho_{II})^4 [s_0 - (l-z)t g \alpha]^8}.
\end{aligned}$$

Представим приведенное выше уравнение в виде конечных разностей. Для интегрирования этого уравнения нужно сформулировать граничные условия. В соответствии с выбранной кинематикой течения на входе в очаг деформации и выходе из него происходит резкое изменение направления течения от вертикального до наклонного к осевой под углом  $\beta$ , что связано с разрывом тангенциальной составляющей скорости течения  $V_\rho$ . Изменение направления течения учитывается путем коррекции осевого напряжения на границе очага деформации по методу баланса мощностей следующим образом:

$$\Delta \sigma_z = \tau_{s\rho z} \sin \beta \cos \beta. \tag{10}$$

Заметим, что угол  $\beta$  на входе в очаг деформации определяется по формуле  $t g \beta = t g \alpha (\rho - \rho_{II}) / s_0$ , а при выходе из очага деформации так  $t g \beta = t g \alpha (\rho - \rho_{II}) / s_1$ .

Соотношение (10) будет граничным условием для уравнения (9) при  $z = l$ . Компоненты напряжений  $\sigma_\rho$ ,  $\sigma_\theta$  и  $\bar{P}$  определяются из уравнений (7).

Составляющая силы  $P_{z1k}$  для преодоления трения на матрице находится по выражению:

$$P_{z1k} = \pi \mu_M \sigma_{nM} c_p \left( \rho_{II} + \frac{s_0 + s_1}{2} \right) \frac{l}{\cos \alpha} \cos \alpha .$$

Сила, разгружающая стенку изделия, определяется по формуле

$$P_{z2k} = \pi \mu_{II} \sigma_{nII} c_p \rho_{II} l .$$

Сила, передающаяся на стенку изделия, вычисляется так

$$P_{cm} = 2\pi \int_{\rho_{II}}^{\rho_{II} + s_1} \sigma_z(\rho) \rho d\rho + P_{z1k} ,$$

а сила операции вытяжки определяется следующим образом

$$P = 2\pi \int_{\rho_{II}}^{\rho_{II} + s_1} \sigma_z(\rho) \rho d\rho + P_{z1k} + P_{z2k} ,$$

где  $\bar{P}$ ;  $L = \frac{l}{\cos \alpha}$ ;  $\sigma_{\rho II c_p} = \frac{1}{l} \int_0^l \sigma_{\rho II}(l) dl$ .

Величину  $\sigma_{nM}$  находим по формуле преобразования компонент напряжений при переходе от одной системы координат к другой

$$\sigma_{nM} = \sigma_{\rho} \cos^2 \alpha + \sigma_z \sin^2 \alpha - \tau_{\rho z} \sin 2\alpha .$$

Приведенные выше соотношения могут быть использованы для оценки кинематики течения материала, напряженного и деформированного состояний, силовых режимов и предельных возможностей вытяжки с утонением стенки толстостенных цилиндрических заготовок из анизотропных материалов.

Расчеты выполнены для операции вытяжки с утонением стенки толстостенных цилиндрических заготовок из ряда материалов, механические свойства которых приведены в табл. 1, при следующих геометрических размерах заготовки:  $s_0 = 4$  мм;  $D_0 = 40$  мм.

Таблица 1  
Механические характеристики исследуемых материалов

Материал	$\sigma_{i0}$ , МПа	$A$ , МПа	$n$	$R_z$	$R_{\theta}$	$R_{\rho z}$
Сталь 08 кп	268,66	329,5	0,478	0,817	0,783	2,999
Латунь Л63	214,94	509,07	0,575	0,666	0,750	2,479
Алюминиевый сплав АМг6М	29,20	151,83	0,440	0,67	0,540	2,805

Продолжение табл. 1

Материал	$\Omega$	$U$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
Сталь 08 кп	1,791	-0,946	0,471	0,169	0,143
Латунь Л63	4,640	-0,769	0,793	-0,279	-0,246
Алюминиевый сплав АМг6М	2,148	-1,230	0,417	0,217	0,338

Графические зависимости изменения относительной величины силы процесса  $\bar{P} = P_{cm} / [\pi(D_0 - s_0)s_0\sigma_{i0}]$  от угла конусности матрицы  $\alpha$  при вытяжке с утонением

стенки полых цилиндрических заготовок из стали 08 кп представлены на рис. 2 ( $D_0 = 2\rho_0$ ).

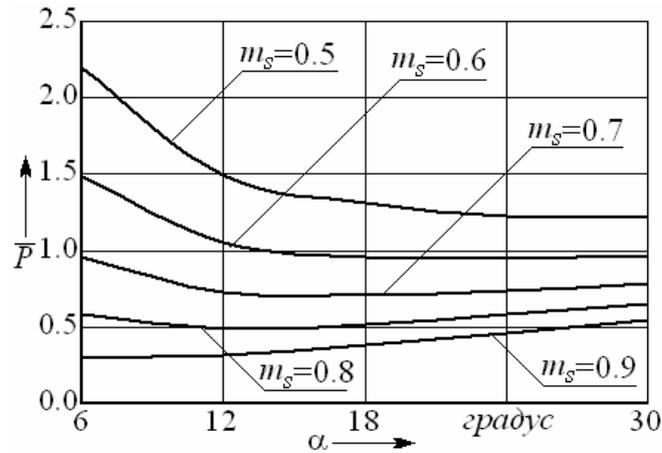


Рис. 2. Графические зависимости изменения  $\bar{P}$  от  $\alpha$ :  
( $\mu_M = 0,05$ ;  $\mu_{II} = 0,1$ )

Анализ графиков и результатов расчета показывает, что с увеличением угла конусности матрицы  $\alpha$ , уменьшением коэффициента утонения  $m_s$  и относительной величины  $D_0/s_0$ , увеличением коэффициентов трения на контактной поверхности матрицы  $\mu_M$  и пуансона  $\mu_{II}$  относительная величина осевого напряжения  $\bar{\sigma}_z$  возрастает. Установлено, что при вытяжке с утонением стенки толстостенных заготовок существуют оптимальные углы конусности матрицы в пределах  $12...18^\circ$ , соответствующие наименьшей величине силы. Показано, что с увеличением коэффициента утонения  $m_s$  и отношения  $D_0/s_0$ , уменьшением коэффициентов трения на контактной поверхности матрицы  $\mu_M$  и пуансона  $\mu_{II}$  относительная величина силы  $\bar{P}$  уменьшается.

Предельные степени деформации вытяжки с утонением стенки определялись по максимальной величине растягивающего напряжения  $\sigma_{sz}^*$  с учетом упрочнения на выходе из очага пластической деформации (первый критерий)

$$\sigma_{z\text{cp}} \leq \sigma_{sz}^*, \quad \sigma_{z\text{cp}} = \frac{P_{cm}}{\pi s_1 (s_1 + 2\rho_n)} \quad (11)$$

и по величине степени использования ресурса (второй критерий)

$$\omega_e = \int \frac{d\varepsilon_i}{\varepsilon_{i\text{np}}(\sigma/\sigma_i)} \leq \chi. \quad (12)$$

Величина предельной интенсивности деформации  $\varepsilon_{i\text{np}}$  находится по выражению

$$\varepsilon_{i\text{np}} = \Omega \exp\left(U \frac{\sigma}{\sigma_i}\right) (a_0 + a_1 \cos \alpha + a_2 \cos \beta + a_3 \cos \gamma), \quad (13)$$

где  $\Omega$ ,  $U$ ,  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  - константы материала, определяемые в зависимости от рода материала согласно работам В.Л. Колмогорова и А.А. Богатова и уточняющиеся из опытов на растяжение образцов в условиях плоского напряженного состояния в зависимости от анизотропии механических свойств ортотропного тела;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  - углы ме-

жду первой главной осью напряжений и главными осями анизотропии;  $\sigma$  - среднее напряжение;  $\sigma = (\sigma_\rho + \sigma_z + \sigma_\theta) / 3$ .

Интегрирование в выражении (12) ведется по траектории течения материала. До деформации  $\omega_e = \chi = 0$ . Разрушение будет иметь место при  $\omega_e = \chi = 1$ . В зависимости от условий эксплуатации или последующей обработки изготавливаемого изделия уровень повреждаемости не должен превышать величины  $\chi$ . При назначении величин степеней деформации в процессе пластического формоизменения следует учитывать рекомендации по степени использования запаса пластичности В.Л. Колмогорова и А.А. Богатова, согласно которым для ответственных деталей, работающих и подвергающихся после обработки давлением термической обработке (отжигу или закалке), допустимой величиной степени использования запаса пластичности следует считать  $\chi = 0,25$ , а для неответственных деталей допустимая степень использования запаса пластичности может быть принята  $\chi = 0,65$  [4-6].

Приведенные выше неравенства (11) и (12) не разрешаются в явном виде относительно предельного коэффициента утонения  $m_{snp}$ , поэтому зависимости предельного коэффициента утонения  $m_{snp}$  от технологических параметров процесса вытяжки с утонением стенки полых цилиндрических деталей из анизотропных материалов устанавливались путем численных расчетов по этим неравенствам на ЭВМ.

Графические зависимости изменения предельного коэффициента утонения  $m_{snp}$ , вычисленного по первому (11) и второму (12) критериям разрушения, от угла конусности матрицы  $\alpha$  для алюминиевого сплава АМг6М приведены на рис. 3. Здесь кривая 1 соответствует величине  $m_{snp}$ , определенной по максимальной величине осевого напряжения  $\sigma_z$  на выходе из очага пластической деформации (11); кривая 2 соответствует величине  $m_{snp}$ , вычисленной по степени использования ресурса пластичности (12) при  $\chi = 0,25$ ; кривая 3 – при  $\chi = 0,65$ ; кривая 4 -  $\chi = 1,0$ . Расчеты выполнены при  $\mu_{II} = 0,1$ ;  $\mu_M = 0,05$ ;  $s_0 = 4$  мм;  $D_0 = 40$  мм. Положения кривых 1 – 4 определяют возможности деформирования заготовки в зависимости от технических требований на изделие.

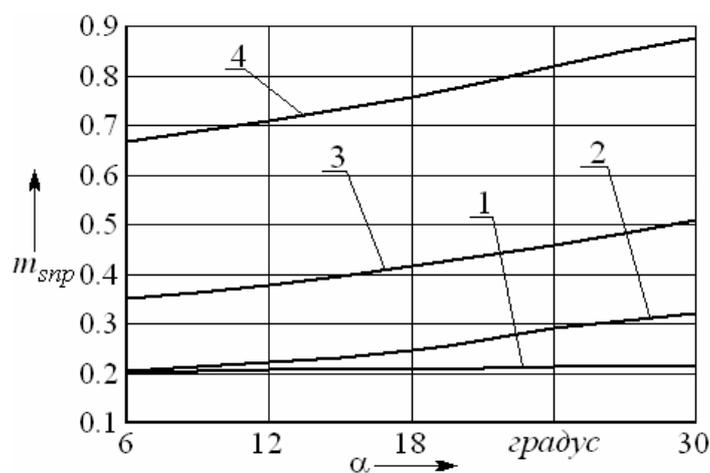


Рис. 3. Графические зависимости изменения  $m_{snp}$  от  $\alpha$

Анализ графиков и результатов расчета показывает, что с увеличением угла конусности матрицы  $\alpha$  и коэффициента трения на контактной поверхности матрицы  $\mu_M$ , уменьшением относительной величины  $D_0/s_0$  предельный коэффициент утонения  $m_{snp}$  увеличивается. Полученные результаты качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными, полученными другими авторами [2].

Показано существенное влияние анизотропии механических свойств на силовые режимы и предельные возможности формообразования вытяжки с утонением стенки толстостенных цилиндрических деталей. Установлено, что величины относительного напряжения и силы увеличиваются с ростом коэффициента нормальной анизотропии  $R$ . Увеличение коэффициента анизотропии  $R$  от 0,2 до 2 приводит к росту относительных величин осевого напряжения  $\bar{\sigma}_z$  на 50%, а силы  $\bar{P}$  - на 30%. Показано, что рост коэффициента анизотропии  $R$  от 0,2 до 2 сопровождается увеличением предельного коэффициента утонения  $m_{snp}$  на 30%.

### Литература

1. Яковлев С.С. Математическая модель процесса вытяжки с утонением стенки толстостенных цилиндрических заготовок из анизотропного материала / С.С. Яковлев, О.В. Пилипенко, А.И. Агеева // Известия ТулГУ. Серия. Механика деформируемого твердого тела и обработка металлов давлением. - Тула: Изд-во ТулГУ, 2006. – Вып. 2. – С. 69 – 77.
2. Яковлев С.П. Обработка давлением анизотропных материалов / С.П. Яковлев, С.С. Яковлев, В.А. Андрейченко. - Кишинев: Квант. - 1997.- 331 с.
3. Сторожев М.В. Теория обработки металлов давлением / М.В. Сторожев, Е.А. Попов. - М.: Машиностроение, 1977. - 423 с.
4. Колмогоров В.Л. Механика обработки металлов давлением / В.Л. Колмогоров. – Екатеринбург: Уральский государственный технический университет (УПИ), 2001. – 836 с.
5. Богатов А.А. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением / А.А. Богатов, О.И. Мижирицкий, В.С. Смирнов. - М.: Металлургия, 1984. - 144 с.
6. Богатов А.А. Механические свойства и модели разрушения металлов / А.А. Богатов. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2002. – 329 с.