

## УДК 608.2

### ВОЗМОЖНОСТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ВЫБОРА ОБЪЕМА ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ НЕЧЁТКИХ ДАННЫХ

Инна Николаевна Мясникова<sup>(1)</sup>, Юрий Алексеевич Шачнев<sup>(2)</sup>

*Магистр 1 года,*

*кафедра «Метрология и взаимозаменяемость»*

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана<sup>(1)</sup>,*

*кандидат технических наук, доцент кафедры «Метрология и взаимозаменяемость»<sup>(2)</sup>*

*Научные руководители: Ю.А. Шачнев<sup>(1)</sup>, К.Д. Филипенко<sup>(2)</sup>*

*кандидат технических наук, доцент кафедры «Метрология и взаимозаменяемость»<sup>(1)</sup>,  
аспирант 1 курса, ВНИИФТРИ<sup>(2)</sup>*

*Ключевые слова: неопределённость (uncertainty), нечёткость (illegibility),  
вероятность (probability).*

*Аннотация: В данной работе рассматриваются варианты задач принятия решений при нечётких исходных данных, которые в свою очередь приводят к возникновению неопределённости. При этом под понятием нечёткости в статье понимается использование понятий и отношений с нечёткими границами, а также высказываний с многозначной шкалой истинности. Особое внимание в статье уделяется вопросу выбора объёма наблюдений (измерений) и предлагается свой подход к решению данной задачи с использованием метода последовательного анализа. В статье показана практическая целесообразность использования нечёткого подхода при применении наблюдений с многократными измерениями, а также при статистическом контроле партии.*

При многократных измерениях, обоснованных в случае, когда случайная составляющая погрешности измерения достаточно велика, и результат измерения может привести к ошибочным выводам, возникает задача определения объёма измерений. Если измеряемая величина сохраняет в процессе измерения достаточную стабильность, т.е. обеспечены условия повторяемости (по ГОСТ Р 5725), то обычно принимают гипотезу, утверждающую, что при отсутствии систематической погрешности математическое ожидание и есть действительное значение измеряемой величины. Естественно, в качестве оценки математического ожидания принимают среднее арифметическое значение из  $n$  измерений (наблюдений) и, следовательно, точность этой оценки будет зависеть от объёма измерений. Аналогичные задачи возникают и при оценке других статистик. В том числе, и при оценке неопределённости в соответствии с ГОСТ 545000 - 2011/Руководство ИСО/МЭК 98 "Неопределённость измерений". Заметим, что этот стандарт распространяется на такие сферы деятельности как наука, промышленность, калибровочные и испытательные лаборатории в промышленности и другие, включая аккредитацию, контроль, надзор и оценку соответствия.

Можно выделить два подхода к определению объёма измерений при планировании. Первый основан на предположении, что для вычисляемого объёма измерений модель закона распределения случайных отклонений среднего известна, а также известно по крайней мере отношение среднеквадратического к предельной (для заданной вероятности) погрешности среднего арифметического. Второй основан на внешне менее жестких требованиях к исходным данным. Это определение объёма с использованием критерия оптимальности Неймана-Пирсона. Использование последовательного анализа на основе критерия Вальда тоже требует знания закона распределения, а также ошибок первого и второго рода. Идеи последовательного

анализа представляются наиболее целесообразными для решения задач выбора объёма, поскольку в этих случаях анализируется случайная величина. Точнее, анализируется её реализация в форме последовательности случайных значений. В качестве критериев оценки выбора используются ограничения на: колебание среднего; изменение колебания среднего; колебание среднеквадратического ( $t_3$  как стандартной неопределённости); колебания расширенной неопределённости ( $t_4$ ). Эти критерии могут использоваться как отдельно, так и в совокупности. При известном виде закона распределения в качестве критерия можно принять ограничения на доверительный интервал ( $t_4$ ). Исследование на моделях устойчивости этих критериев и их сравнительной эффективности показали, что их использование приводит к уменьшению вероятности ошибок. На рис.1 показан пример графика изменения  $t_3$  при изменении объёма наблюдений.

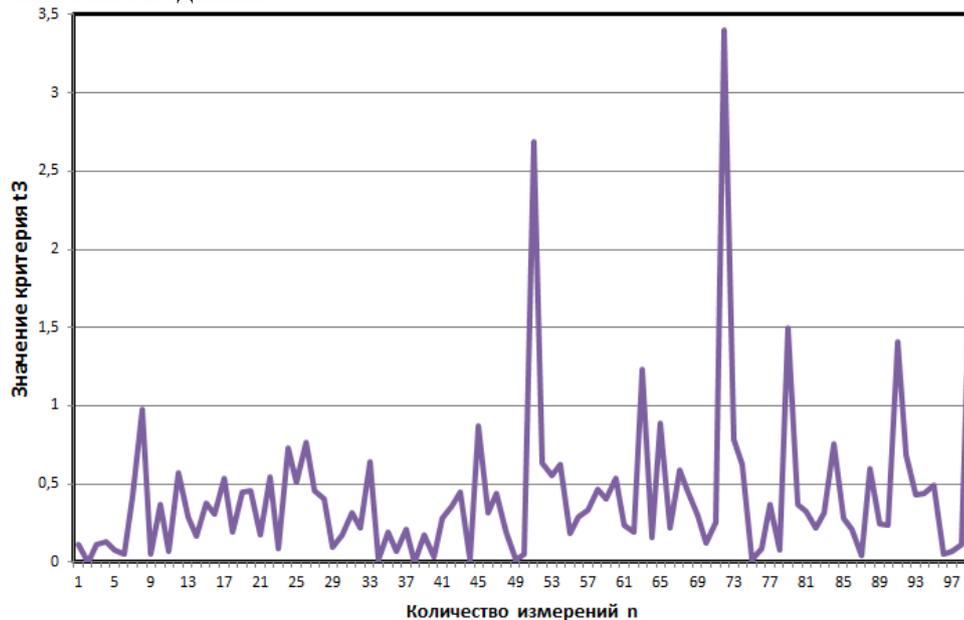


Рис.1. График колебания среднеквадратического ( $t_3$ )

Для ряда физических величин погрешность задаётся относительными величинами. Кроме того, при исследовании в абсолютных величинах сказывается влияние номинальных значений измеряемой величины. Для исследования указанные выше критерии переведём в относительные.

Для перевода используем следующие обозначения:

$$x_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$T_1(n)$  – обозначение относительной разности средних значений

$$T_1(n) = \frac{|x(n)_{cp} - x(n+1)_{cp}|}{x(n)_{cp}}$$

$T_2(n)$  – обозначение разности двух соседних модулей относительно разности средних

$$T_2(n) = T_1(n) - T_1(N+1)$$

$T_3$  – обозначение относительной разности (относительного колебания) среднеквадратических значений, то есть

$$T_3(n) = \frac{S(n) - S(n+1)}{S(n)}$$

$$S(n) = \sqrt{\frac{1}{1-n} \sum_{i=1}^n (x_i - x(n)_{cp})^2}$$

$T_4$  – относительное колебание доверительного интервала, вычисляется по формуле:

$$T_4(n) = \frac{D(n) - D(n+1)}{Dn}$$

Коэффициент Стьюдента обозначим  $t_{\alpha, \nu}$  где  $\alpha=1-P$ ,  $\nu=1-n$ ,  $P$  – доверительная вероятность  
 $D(n)$  – доверительный интервала, значение которого вычисляется по формуле

$$D(n) = \pm t_{\alpha, \nu} \frac{S(n)}{\sqrt{n}}$$

Графики критериев  $T_1$  и  $T_2$  приведены на рис.2.

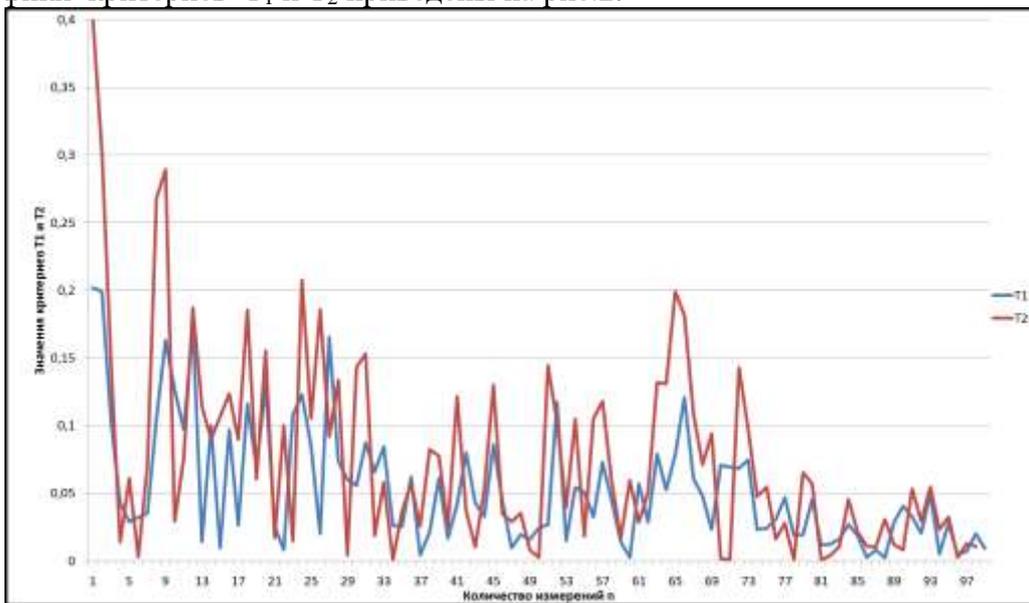


Рис.2. Графики колебания критериев  $T_1$  и  $T_2$

Графики критериев  $T_3$  и  $T_4$  приведены на рис.3.

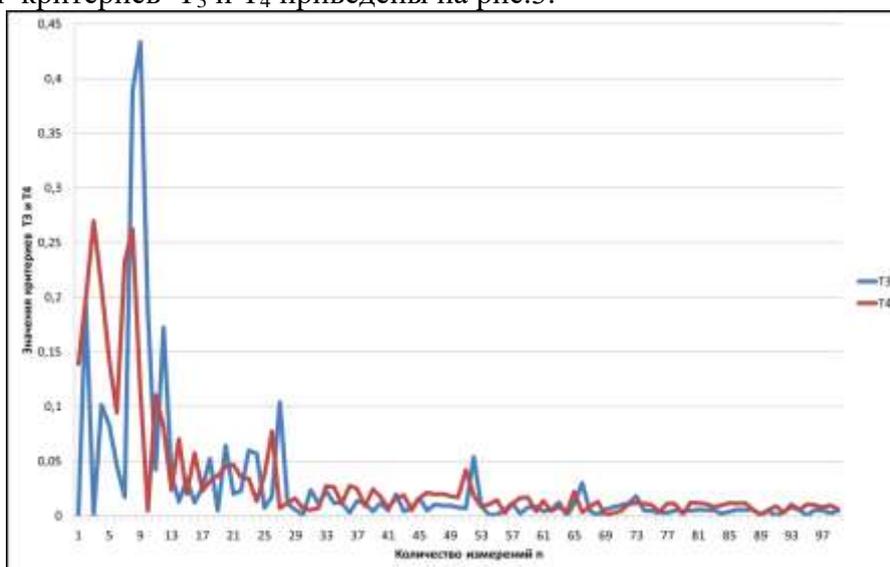


Рис.3. Графики критериев  $T_3$  и  $T_4$

Сложнее дело обстоит с выбором числа наблюдений при контроле партий изделий, то есть при проверке гипотез. Это число должно одновременно служить двум целям: уменьшать вероятность значения  $\alpha$  ошибки первого рода (отклонение правильной гипотезы) и вероятность и  $\beta$  ошибки второго рода (принятие неверное гипотезы). Первая вероятность совпадает с принятым уровнем значимости  $p$ . Вторая вероятность зависит от многих факторов и в первую очередь от того, насколько неверна принимаемая гипотеза. Поэтому под  $\beta$  понимают обычно наибольшую вероятность ошибки второго рода при любых отклонениях от правильной гипотезы. Число наблюдений можно сократить, используя метод последовательного анализа. При этом методе после каждого нового наблюдения решают, принять гипотезу, отклонить или продолжать испытания. Технически задача контроля решается введением двух ограничительных функций (пример на графике рис.4).



Рис.4. Линии приёмки и браковки при применении метода последовательного анализа (по горизонтали - годные; по вертикали - брак)

Но для расчёта этих ограничений используются значения  $\alpha$  и  $\beta$ . Выбор этих значений практически субъективен. Рекомендации, которые даёт, например, ГОСТ 50.779.72, по существу, переводит их в числовые значения «лингвистических переменных». Стандарт классифицирует различные совокупности мероприятий поставщика, влияющие на качество выпускаемой продукции, называя их степенями доверия, и каждой из них присваивает соответствующее значение  $\beta$ . Например, к одной степени доверия к поставщику относят: отсутствие сертификата на продукцию и систему обеспечения качества, отсутствие собственного опыта заказов у данного поставщика, отсутствие процедур статистического управления технологическими процессами, но при учете косвенной положительной информации от других потребителей или обществ потребителей. Этой степени доверия присваивают  $\beta=0,25$ . Для этого значения на рис.5 представлен пример процедуры контроля, в которой ни одно из первых 27 проконтролированных объектов не является браком. И с учётом ограничением партия признана годной.

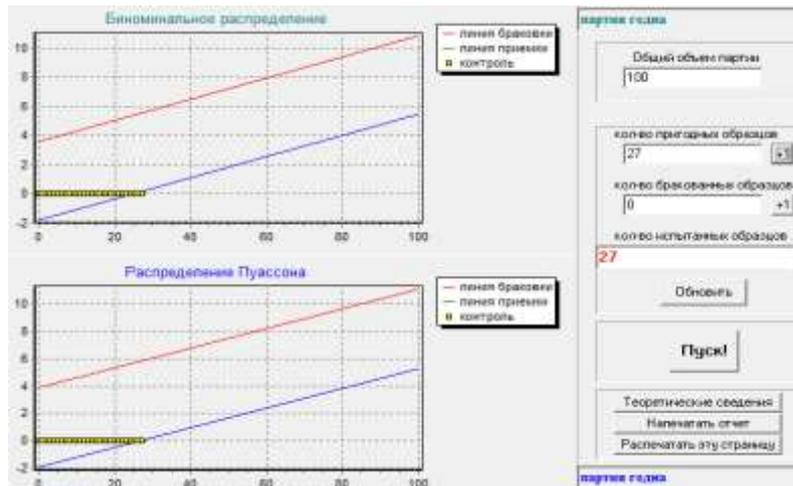


Рис.5. Линии приемки и браковки для  $\alpha=0,05$ ,  $\beta=0,25$ ;  $q_a=0,05$ ,  $q_b=0,10$  и  $N=100$

Другой (соседней) степени доверия соответствует отсутствие у поставщика сертификата на систему обеспечения качества, но при наличии сертификата на продукцию и продолжительного периода поставок продукции удовлетворительного качества, положительная оценка системы качества самим потребителем, внедрение статистического управления технологическими процессами на отдельных этапах производства. Этому классу присвоено  $\beta=0,50$ . Предположим, что функция нечёткости симметрична относительно  $\beta=0,25$  и крайнее её значение справа -  $\beta=0,40$ . Для этого значения также построим ограничения и покажем процедуру контроля (рис.6) той же партии.

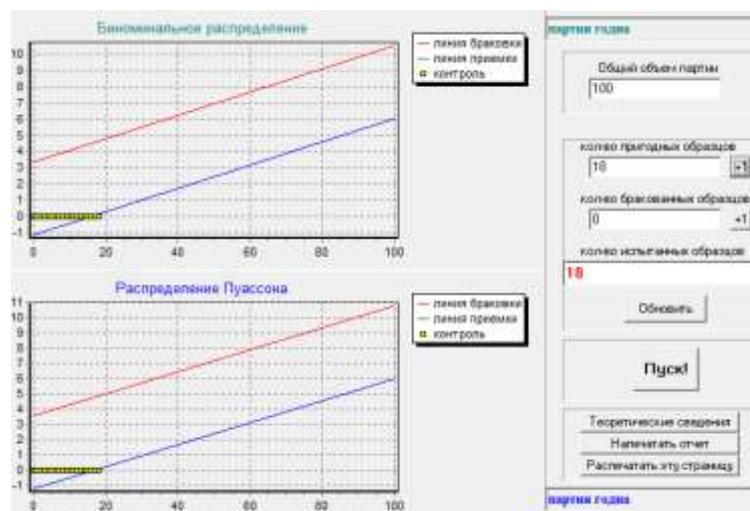


Рис.6. Линии приемки и браковки для  $\alpha=0,05$ ,  $\beta=0,40$ ;  $q_a=0,05$ ,  $q_b=0,10$  и  $N=100$

Как видно из рис.6, в том случае для принятия решения достаточно 18 объектов. Учитывая принятую симметричную модель функции принадлежности, необходимо учитывать и другой вариант: 27 объектов контроля может не хватить для принятия решения. Знание последствий нечёткости исходных данных позволит смягчить отрицательный эффект. Ориентироваться в влиянии нечёткости помогут графики зависимости числа испытанных образцов от значения  $\alpha$  и  $\beta$ . Пример графика зависимости количества испытанных образцов от  $\alpha$  для биномиального закона распределения приведён на рис.7.

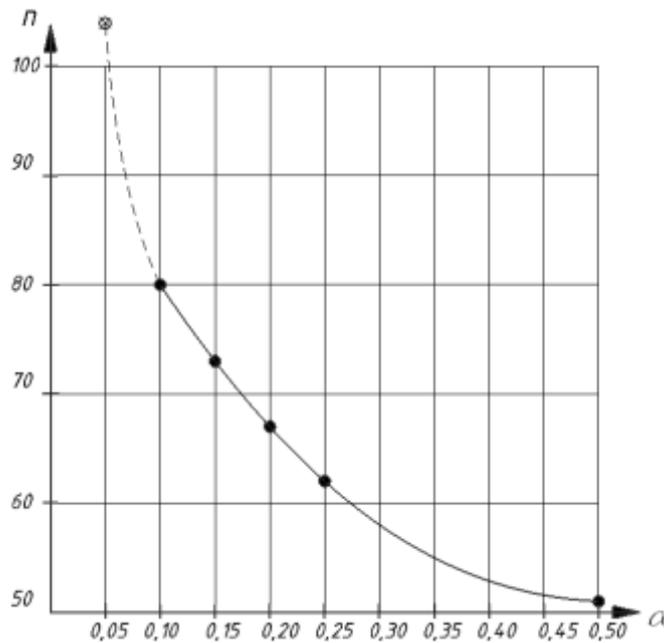


Рис. 7. Зависимость числа испытанных образцов от  $\alpha$  для биномиального закона распределения

Несмотря на то, что стандартная неопределённость по форме напоминает оценку случайной величины, по содержанию она не ограничена ею (ГОСТ 545000). Но стандарт рекомендует привести две составляющие (случайную и систематическую) к виду, при котором они могут быть представлены общим значением, в том числе и войдя в неопределённость. Попытка объединить случайную и систематическую составляющие, определяя непознанную систематическую через среднеквадратическую, т.е. так же как случайную, не имеет основы. В то же время очевиднее, что неопределённость измерения определяется двумя типами факторов: случайным и нечётким. Основные характеристики и оценки их близки (функция вероятности для случайных, функция принадлежности – для нечётких, диапазон рассеивания – для случайных, носитель – для нечётких).

Анализ результатов исследований показал, что основная идея последовательного анализа может быть совместно с предложенными критериями эффективно использована для определения объёма, в том числе и для смешанной величины, и нечётких исходных данных. В случаях, когда для построения ограничений использовались нечёткие исходные данные, необходимо оценивать и учитывать при принятии решения нечёткость результата.

#### Литература:

1. *Е.И. Пустыльник*. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968 г. –288 с.
2. *С.А. Орловский*. Проблемы принятия решений при нечёткой исходной информации. – М.: Наука, 1981 г. –208 с.
3. ГОСТ Р 54500.3-2011 Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения
4. ГОСТ Р 50 779.72-99 Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку.