

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ШТАМПОВКИ МЕТАЛЛА В ТВЕРДОЖИДКОМ СОСТОЯНИИ

Шитиков Андрей Андреевич

Студент 6 курса,

кафедра «Технологии обработки давлением»,

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Научный руководитель: Бочаров Ю.А.,

доктор технических наук, профессор кафедры «Технологии обработки давлением»

1. Реологическая модель материала в твердожидком состоянии

В настоящее время исследователями предложены различные варианты реологических моделей материала в твердожидком состоянии.

Все предложенные модели можно разделить на две большие группы:

- однофазные модели,
- двухфазные модели.

В однофазных моделях твердая и жидкая фазы не рассматриваются отдельно, вместо этого используются осредненные свойства материала. Т.о. при использовании данных моделей невозможно предсказать такое вредное для технологического процесса явление, как сегрегация жидкой фазы.

Несмотря на столь значительное допущение о характере поведения материала, данные модели могут использоваться для предсказания структурных изменений, таких как агломерация и деагломерация частиц твердой фазы.

Агломерация – процесс образования агломератов (плотных групп) из разрозненных твердых частиц.

Деагломерация – процесс, обратный агломерации, т.е. процесс разделения группы на отдельные частицы.

Наглядно влияние этих процессов на изменение вязкости суспензии изображено на рис. 1

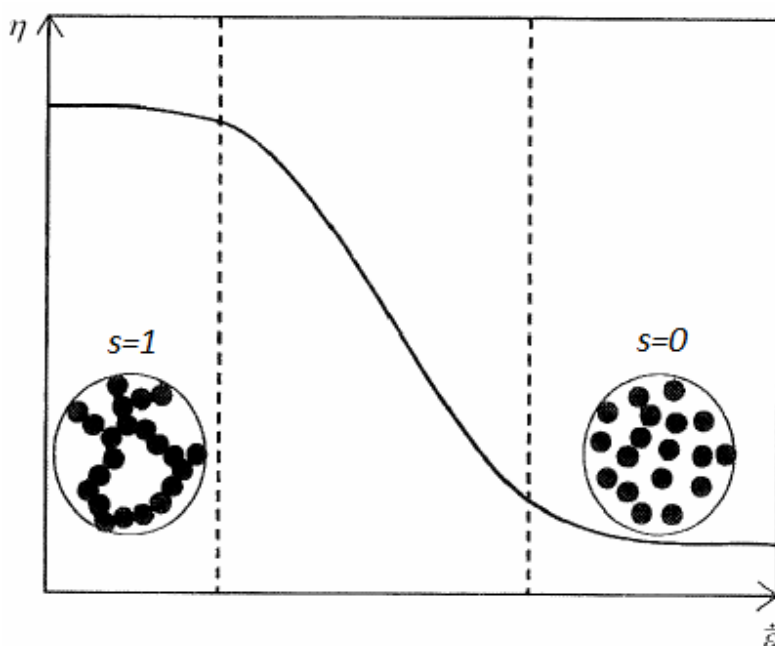


Рис. 1. Влияние степени агломерации частиц s на вязкость суспензии

В двухфазных моделях рассматриваются отдельно твердая и жидкая фазы со своими законами движения, и их влияние друг на друга.

Выгодное отличие двухфазных моделей - большая степень соответствия реальным материалам. Только используя двухфазную модель можно предсказать сегрегацию жидкой фазы в процессе формоизменения.

К недостаткам двухфазных моделей можно отнести:

- необходимость проведения большого числа экспериментальных исследований для каждого материала,
- для определения параметров модели требуются специальные реометры,
- при моделировании требуется вычисление двух полей скоростей, что приводит к значительному увеличению времени расчета. По этой причине пока отсутствуют программные пакеты производящие расчет в трехмерном пространстве.

1.1. Базовая реологическая модель

В качестве базовой для программной реализации выбрана однофазная модель, приведенная в [1]

$$\sigma_{\Sigma} = \sigma_{\Sigma} + \sigma_p \cdot k_{ve}$$

где σ_{Σ} - сопротивление течению в случае движения частиц твердой фазы, полностью разделенных жидкостью, т.е. гидродинамическое течение твердых частиц

σ_p - напряжение, необходимое для разрушения агломератов твердых частиц

k_{ve} - коэффициент, учитывающий вязкоупругие свойства суспензии

1.1.1. Гидродинамическое течение твердых частиц

Для описания течения твердых частиц, разделенных жидкостью в работе [1] предлагается использовать экспериментальный закон, предложенный Кригером для густых суспензий

$$\eta = \eta_0 \cdot \left(1 - \frac{f_s}{f_s^*}\right)^{-k}$$

где η_0 - вязкость жидкости

f_s - доля твердой фазы в суспензии

f_s^* - доля твердой фазы, при которой образуется связанная сеть твердых частиц в жидкости

k - показатель степени. Для глобулярных не компактных кластеров $k \cong 2.5$

Для Ньютоновских жидкостей зависимость сопротивления сдвигу от вязкости определяется законом

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma}$$

Для использования в программных комплексах, предназначенных для моделирования процессов обработки давлением, данная зависимость должна быть приведена к форме $\sigma = f(\dot{\epsilon})$.

Соотношение между вязкостью жидкости при сдвиге и вязкости при удлинении определяется коэффициентом Трoutона (Trouton ratio)

$$\eta_s = T_r \cdot \eta_e$$

Для несжимаемых Ньютоновских жидкостей $T_r = 3$ [3]

Учитывая, что $\dot{\gamma} = \frac{\dot{\epsilon}}{\sqrt{3}}$ получим

$$\sigma = 3 \cdot \eta \cdot \frac{\dot{\epsilon}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot \eta \cdot \dot{\epsilon}$$

Жидкость, заключенная между частицами в агломерате никак не влияет на течение суспензии, т.е. необходимо ввести понятие эффективной доли твердой фазы f_s^{eff} ($f_s^{eff} > f_s$).

Для модели суспензии с полностью агломерированной структурой [1]

$$f_s^{eff} = f_s + \frac{6 \cdot (\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})}{3 \cdot \pi + (\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})} \cdot s \cdot f_s \approx f_s \cdot (1 + 0.1 \cdot s)$$

где s - коэффициент агломерации (см. п. .3)

Окончательно определим σ_h как

$$\sigma_h = \sqrt{3} \cdot \eta_0 \cdot \dot{\epsilon} \cdot \left(1 - \frac{f_s \cdot (1 + 0.1 \cdot s)}{f_s^*} \right)^{-2.5}$$

1.1.2. Оценка влияния процесса агломерации на напряжение текучести

Для течения суспензии требуется полное либо частичное разрушение связей в агломератах твердых частиц. При этом предел текучести увеличивается на необходимое для этого напряжение σ_p

$$\sigma_p = V_b \cdot C_b \cdot \sigma_{HT}$$

где V_b - объем деформируемого металла в каждой связи. Полагается [1], что эффективный объем - сфера с радиусом r_b т.е.

$$V_b = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot r_b^3$$

C_b - объемная концентрация связей, может быть определена как общий объем пар соединенных частиц радиуса r [1]

$$C_b = \frac{3}{8 \cdot \pi} \cdot \frac{f_s \cdot s}{r^3}$$

σ_{HT} - предел текучести твердого металла при температурах, близких к температуре плавления, может быть принят по одной из множества зависимостей, используемых для горячей объемной штамповки.

Окончательно

$$\sigma_p = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot r_b^3 \cdot \frac{3}{8 \cdot \pi} \cdot \frac{f_s \cdot s}{r^3} \cdot \sigma_{HT} = \frac{f_s \cdot s}{2} \cdot \left(\frac{r_b}{r} \right)^3 \cdot \sigma_{HT}$$

1.1.3. Определение степени агломерации частиц в суспензии

Изменение в структуре тиксотропной твердожидкой суспензии могут быть описаны как совокупность двух процессов:

- самопроизвольного упрочнения (загустевания) покоящейся суспензии (т.е. ее агломерации)
- разупрочнения (размягчения) суспензии при сдвиге (т.е. деагломерации)

Т.о. изменение коэффициента агломерации s - во времени можно представить как

$$\frac{ds}{dt} = \dot{s} = A(s, t, T) + D(s, \dot{\epsilon}, t)$$

где $A(s, t, T)$ – функция, описывающая процесс агломерации,

$D(s, t, T)$ – функция, описывающая процесс деагломерации

При $s = 0$ все частицы разделены жидкостью, $s = 1$ – все частицы образовали прочные связи между собой

Функция агломерации $A(s, t, T)$

Агломерация – процесс образования устойчивых связей между частицами.

Чем дольше две частицы контактируют друг с другом, тем больше вероятность образования между ними связи, достаточно прочной для сопротивления разрушению при сдвиге.

Перечислим основные параметры, определяющие процесс агломерации:

- f_c – частота столкновений частиц, пропорциональна скорости деформации сдвига $\dot{\gamma}$
- t_c – время контакта частиц при столкновении,
- $(1 - s)$ – объемная доля свободных частиц.
- Таким образом, возможность агломерации

$$P_A \propto f_c \cdot t_c \cdot (1 - s)$$

Для определения частоты столкновений предложена формула [1]

$$f_c = \frac{8 \cdot f_s \cdot \dot{\gamma}}{\pi}$$

Среднее время контакта [1]

$$t_c = \frac{\pi}{\dot{\gamma}}$$

Для образования прочной связи между двумя частицами необходима определенная взаимная ориентация их кристаллических решеток. В [1] указывается, что появление прочной связи возможно только в случае меньшеугловых границ (≤ 0.25 рад). Т.о. вероятность столкновения двух частиц с благоприятным взаимным положением кристаллических решеток составляет только [1]

$$P_E = 0.02$$

В начале контакта двух частиц происходит образование между ними небольшой шейки. Шейка растет за счет диффузии твердой фазы из расплава, т.к. его химический потенциал выше. Скорость роста зависит от разницы в кривизне поверхностей (снижается с увеличением шейки) и от коэффициента диффузии (растет с его увеличением).

В [1] приведена зависимость, для определения времени t_f образования шейки радиусом r_b

$$t_f = \frac{r^3 \cdot m_L \cdot (C_L - C_S)}{4 \cdot D_L} \cdot \frac{\Delta S}{r_{SL}} \cdot f\left(\frac{r_b}{r}\right)$$

где r – радиус частиц,

m_L – тангенс угла наклона линии ликвидуса к оси концентрации на двухкомпонентной диаграмме состояния. В общем случае $m_L = \frac{dT_L}{dC}$,

C_L и C_S – концентрация легирующего элемента в жидкости и твердом растворе соответственно,

D_L – коэффициент диффузии атомов легирующего элемента, в жидкости,

ΔS - изменение энтропии на единицу объема [2],

$$\Delta S = \frac{R \cdot T \cdot (C_s - C_L)}{m_k \cdot V_m \cdot (1 - C_L) \cdot C_L}$$

V_m - молярный объем,

γ_{sl} - поверхностное натяжение границы раздела твердой частицы и жидкой фазы,

$$f\left(\frac{r_b}{r}\right) = \frac{10}{3} + \frac{1}{1 - \frac{r_b}{r}} + 4 \cdot \ln\left(1 - \frac{r_b}{r}\right) - 6 \cdot \left(1 - \frac{r_b}{r}\right) + 2 \cdot \left(1 - \frac{r_b}{r}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{r_b}{r}\right)^3$$

Используя данные выражения можно определить функцию агломерации

$$\mathcal{A} = p_b \cdot f_o \cdot \frac{t_o}{t_f} \cdot (1 - s) = 0.02 \cdot \frac{8 \cdot f_s \cdot \dot{\gamma}}{\pi} \cdot \frac{\frac{\pi}{t_f}}{\dot{\gamma}} \cdot (1 - s)$$

$$\mathcal{A} = 0.16 \cdot \frac{f_s}{t_f} \cdot (1 - s)$$

Таким образом, $\mathcal{A} \neq f(\dot{\gamma})$

Функция деагломерации $\mathcal{D}$

Полное разделение частиц происходит, когда деформация достигает критического значения ϵ_{crit} , т.е. время, требующееся для полной деагломерации

$$t_{crit} = \frac{\epsilon_{crit}}{\dot{\epsilon}}$$

Другими словами, за время t_{crit} происходит изменение степени агломерации s_0 (в начальный момент времени t_0) до $s = 0$. Изменение степени агломерации Δs за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$

$$\frac{-\Delta s}{s_0} = \frac{\Delta t}{t_{crit}}$$

или

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = -\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_{crit}} \cdot s_0$$

Окончательно, функцию деагломерации $\mathcal{D}$ можно определить как

$$\mathcal{D} = \dot{s} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = -\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_{crit}} \cdot s$$

Учитывая полученные выражения для функций $\mathcal{A}$ и $\mathcal{D}$, имеем

$$\frac{ds}{dt} = \dot{s} = \mathcal{A}(s, t, T) + \mathcal{D}(s, \dot{s}, t) = 0.16 \cdot \frac{f_s}{t_f} \cdot (1 - s) - \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_{crit}} \cdot s$$

Решая полученное дифференциальное уравнение, найдем

$$s(t) = \left(s_0 - \frac{a}{a - d}\right) \cdot \exp([d - a] \cdot t) + \frac{a}{a - d}$$

где

$$a = \frac{0.16 \cdot f_s}{t_f}$$

$$d = -\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_{crit}}$$

1.1.4. Вязкоупругие свойства суспензии

Предположим, что вязкоупругое поведение тиксотропной суспензии описывается моделью Максвелла [3] механический эквивалент которой приведен на рис. 2

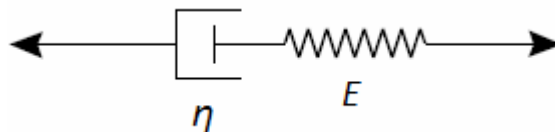


Рис. 2. Модель вязкоупругого тела Максвелла

$$\frac{d\epsilon}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} = \dot{\epsilon}$$

Решение данного дифференциального уравнения

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_M}\right) \right]$$

где $\tau_M = \frac{\eta}{E}$ — постоянная времени Максвелла, определяет скорость уменьшения напряжений в зафиксированной, предварительно растянутой системе (см. рис.)

E — модуль упругости

$$t = \frac{\epsilon}{\dot{\epsilon}}$$

Введем обозначение

$$k_{vis} = 1 - \exp\left(-\frac{\epsilon}{\dot{\epsilon} \cdot \tau_M}\right)$$

Подставив все найденные выражения в уравнение реологической модели, получим

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{3}\eta_0 \cdot \dot{\epsilon} \cdot \left(1 - \frac{f_s \cdot (1 + 0.1 \cdot s)}{f_s^*} \right)^{-2.5} + \frac{f_s \cdot s}{2} \cdot \left(\frac{r_b}{r} \right)^3 \cdot \sigma_{MT} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{s}{\dot{\epsilon} \cdot \tau_M}\right) \right]$$

1.2. Расчетная реологическая модель

В настоящее время существуют программы, позволяющие предсказывать физические свойства материалов по их химическому составу, используя для этого методы вычислительной термодинамики. Современные методы вычислительной термодинамики позволяют строить диаграммы состояния для многокомпонентных систем в широких интервалах температур и концентраций и, следовательно, рассчитывать фазовый состав для условий равновесных и неравновесных фазовых переходов.

Примерами распространенных программ являются:

- MTDATA (www.mtdatasoftware.tech.officelive.com) National Physical Laboratory (UK),
- ThermoCalc (www.thermocalc.com),
- JMatPro (www.sentsoftware.co.uk).

В данной работе для предсказания свойств материала использована демонстрационная версия программы JMatPro.

Свойства материала, необходимые для использования в базовой реологической модели, можно разделить на три группы:

- 1) свойства, которые могут быть предсказаны в программе JMatPro: $\eta_0(T)$, $f_S(T)$, σ_0 , $B(T)$, $D_L(T)$, r_{SL}
- 2) параметры, которые можно определить из двухкомпонентной (псевдо двухкомпонентной) диаграммы состояния: m_L, C_L, C_S ,
- 3) параметры, которые необходимо определить экспериментально: f_S^* , τ_b , r , σ_{HT} , σ_{HTS} .

Так как экспериментальные исследования проводились только для ограниченного числа сплавов, в основном легкоплавких, то для придания модели большей универсальности необходимо сократить число неизвестных третьей группы.

f_S^*

Рассмотрим первое слагаемое в реологической модели:

$$\sigma_h = \sqrt{3} \cdot \eta_0 \cdot \dot{\epsilon} \cdot \left(1 - \frac{f_S \cdot (1 + 0.1 \cdot \dot{\epsilon})}{f_S^*} \right)^{-2.5}$$

Множитель $\left(1 - \frac{f_S \cdot (1 + 0.1 \cdot \dot{\epsilon})}{f_S^*} \right)^{-2.5}$ определяет разницу между вязкостью жидкой фазы η_0 и вязкостью тиксотропной суспензии. Однако в программе JMatPro возможно получить значение параметра Total Viscosity - общая вязкость (η_T) в диапазоне температур $T_S - T_L$, т.е. можно упростить выражение для σ_h исключив из него экспериментальный параметр f_S^* :

$$\sigma_h(T) \cong \sqrt{3} \cdot \eta_T(T) \cdot \dot{\epsilon}$$

σ_{HT}

В работе [1] предлагается использовать модель Зинера-Холомона

$$\sigma_{HT} = \sigma_0 \cdot \left[\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \cdot \exp\left(\frac{Q}{R \cdot T}\right) \right]^m$$

где σ_0 - предел текучести при температуре солидуса

$\dot{\epsilon}_0 = 1 \cdot \text{с}^{-1}$ - необходима для соблюдения размерности

Q - энергия активации самодиффузии

R - универсальная газовая постоянная

m - показатель степени, зависит от свойств материала

Данные о значении параметров Q и m приведены в литературе только для ограниченного числа легкоплавких сплавов. При моделировании штамповки из сталей, Ni, Co и Ti сплавов можно предположить, что

$$\sigma_0 \cdot \left[\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \cdot \exp\left(\frac{Q}{R \cdot T}\right) \right]^m \cong \sigma_{HTS}(T)$$

где $\sigma_{HTS}(T)$ - параметр High Temperature Strength полученный в JMatPro, который показывает зависимость предела текучести материала во всем интервале температур вплоть до T_L , при фиксированной скорости деформации 0.01 с^{-1} и определяется в программе по формуле

$$\sigma_{HTS}(T) = \alpha + \beta \cdot \exp\left(\frac{Q}{R \cdot T}\right)$$

где α , β , Q определяются по регрессионным зависимостям, полученным при обработке экспериментальных данных

Точность определения $\sigma_{HTS}(T)$ для жаропрочных Ni сплавов можно оценить по графику приведенному в [6] и изображенному на рис. 3

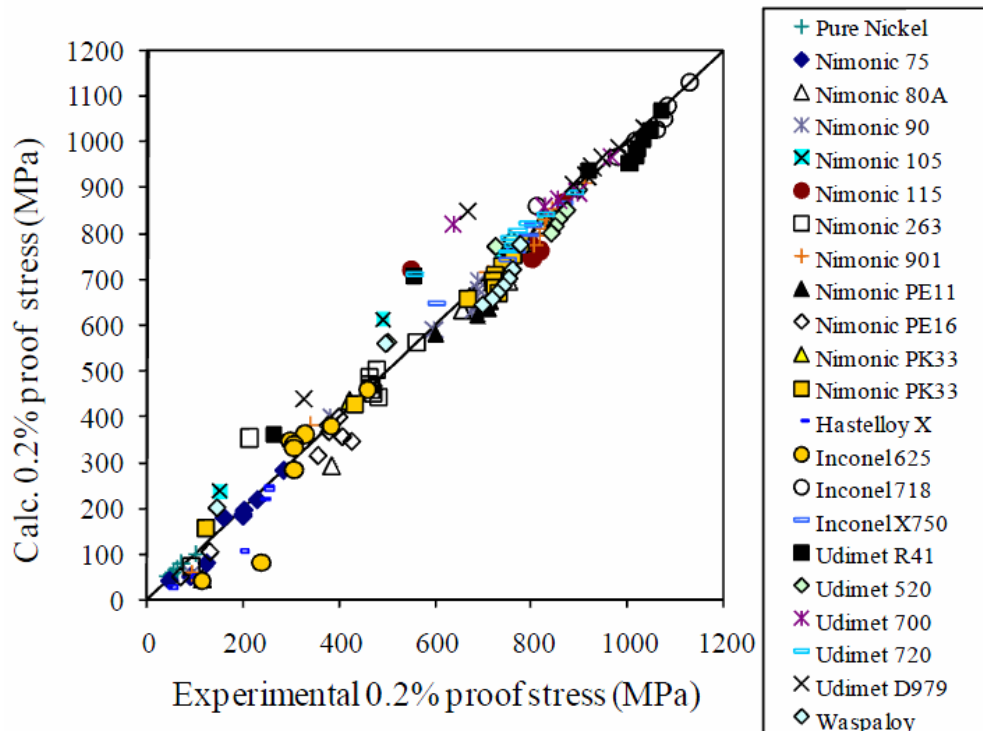


Рис. 3. Сравнение предела текучести Ni сплавов, вычисленного в JMatPro с результатами экспериментов

При подобной замене теряется зависимость предела текучести от деформации и скорости деформации, однако, в случае использования полной версии программы JMatPro возможно получение кривых $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon})$ в широком диапазоне температур.

r_b

В [9] (п. 2.13 стр. 81) описывается схожая реологическая модель

$$\sigma = \frac{f_s \cdot s}{2} \cdot \left(\frac{r_b}{r}\right) \cdot \sigma_0 \cdot \left[\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \exp\left(\frac{Q}{R \cdot T}\right)\right]^m \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-\epsilon}{\epsilon - \epsilon_M}\right)\right]$$

Там же рекомендуется принять $\frac{r_b}{r} \cong 0.25$.

Как видно из формулы множитель $\frac{r_b}{r}$, в ней используется не в третьей (как в базовой модели), а в первой степени.

Для использования в базовой реологической модели, примем с целью сохранения значения множителя

$$\left(\frac{r_b}{r}\right)^3 = 0.25 \text{ или } \frac{r_b}{r} = \sqrt[3]{0.25} \cong 0.63 \text{ или } r_b = 0.63 \cdot r$$

ϵ_{crit}

Параметр ϵ_{crit} в моделировании принят равным 0.4. Т.к. в [1] указывается, при данной относительной деформации течение суспензии приобретает установившийся характер и твердые частицы в жидкости движутся отдельно

Сформируем на основании перечисленных допущений расчетную модель материала

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{3} \cdot \eta_T(T) \cdot \dot{\epsilon} + \frac{f_s \cdot \sigma}{2} \cdot 0.25 \cdot \sigma_{HT} \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0 \cdot T_M}\right) \right]$$

Полный перечень параметров, определяемых в программе JMatPro, приведен в таблице

Таблица 1. Параметры, которые возможно определить с помощью программы JMatPro

Назначение	Обозначение в формуле	Обозначение в JMatPro
Параметры реологической модели	f_s	Fraction solid (wt)
	η_T	Total viscosity
	D_L	Liquid diffusivity
	V_m	Molar volume
	γ_{SL}	Surface tension
Параметры, необходимые для решения тепловой задачи	E	Young's modulus
	C_p	Heat capacity
	λ	Thermal conductivity
Предел текучести при высокой температуре для сталей, Ni, Co и Ti сплавов	$\sigma_{HT} = f(T)$	High temperature strength

Параметры второй группы m_L, C_L, C_S , используемые для вычисления t_f могут быть определены по диаграмме состояния, схематичное изображение которой для сплава, находящегося после кристаллизации в однофазном состоянии приведено на рис. 4

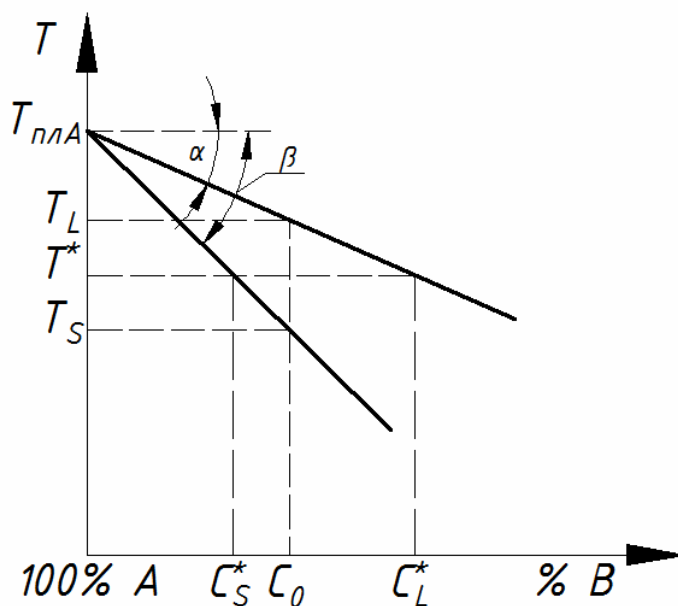


Рис. 4. Схематизированная диаграмма состояния

C_0 - равновесная концентрация суммы легирующих элементов в сплаве (1 – 0.01·4%)

C_F^* и C_L^* - концентрации суммы легирующих элементов в твердой и жидкой фазе соответственно при температуре T^*

$T_{пл}$ - температура плавления чистого растворителя

Как видно из рис. 7,

$$m_L = \tan \alpha = \frac{T_{пл} - T_L}{C_0} \quad m_S = \tan \beta = \frac{T_{пл} - T_S}{C_0}$$

$$C_L^* = \frac{T_{пл} - T^*}{m_L} \quad C_S^* = \frac{T_{пл} - T^*}{m_S}$$

При использовании диаграмм состояния другого вида эти выражения соответственно изменяются

В итоге получена расчетная модель, в которой единственным параметром, требующим экспериментального определения, является r - радиус частиц твердой фазы.

1.3. Особенности программной реализации

Для реализации расчетной модели использованы пользовательские процедуры (User Routines) программного комплекса Deform. Изменение исходного кода процедур, и их последующая компиляция и компоновка, позволяют получить новый конечно-элементный процессор DEF_SIM.exe для расчета на однопроцессорных машинах и DEF_SIM_P4.exe и DEF_SIM_P4P.exe для параллельного расчета на многопроцессорных машинах.

Использование пользовательских процедур позволяет использовать программный комплекс в очень специфических целях, не предусмотренных изначально его разработчиками.

Пользовательские процедуры делятся на процессорные и постпроцессорные.

Пост процессорные процедуры используются для расчета постпроцессорных переменных. Они вычисляются только для шагов, сохраненных в базе данных, т.е. не изменяют процесс расчета и могут использоваться только для визуализации.

Процессорные пользовательские процедуры могут использоваться для:

- учета изменения плотности материала при штамповке порошков,
- вычисления и учета изменения объема материала,
- вычисления напряжения текучести по пользовательской модели материала,
- вычисления процессорных пользовательских переменных (в отличие от постпроцессорных их можно использовать в пользовательской модели материала),
- определения пользовательской модели движения инструмента (может использоваться для моделирования штамповки на нестандартном оборудовании),
- задания пользовательского критерия оценки вероятности разрушения материала,
- задания пользовательской модели износа штампов,
- задания пользовательской модели фазовых превращений в материале,
- других специфических нужд, при использовании процедуры USRMSH.

Исходный текст пользовательских процедур написан на языке FORTRAN и для их использования необходим компилятор Absoft Fortran v7.0 или более поздней версии.

При программировании рассмотренной модели материала использованы процедуры:

- USRMTR – для определения предела текучести,
- USRUPD – для вычисления пользовательских переменных.

1.3.1. Процедура USRMTR.

Выходные параметры процедуры:

- Y_S – напряжение текучести,
- YPS – частная производная напряжения текучести по накопленной деформации,
- FIP – частная производная напряжения текучести по эквивалентной скорости деформации.

Параметры YPS и FIP необходимы для последующих переразбиений сетки КЭ в процессе расчета.

Расчетная модель используется в интервале температур $T_S - T_L$

$$YPS = \frac{\partial \sigma_Y}{\partial \epsilon} = f_S \cdot s \cdot \left\{ \frac{\partial \sigma_{HT}}{\partial \epsilon} \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-\epsilon}{\dot{\epsilon} \cdot \tau_M}\right) \right] + \frac{\sigma_{HT}}{\dot{\epsilon} \cdot \tau_M} \cdot \exp\left(\frac{-\epsilon}{\dot{\epsilon} \cdot \tau_M}\right) \right\}$$

$$FIP = \frac{\partial \sigma_Y}{\partial \dot{\epsilon}} = \sqrt{3} \cdot \eta_T + \frac{\partial s}{\partial \dot{\epsilon}} \cdot \sigma_{HT} + s \cdot \frac{\partial \sigma_{HT}}{\partial \dot{\epsilon}} + s \cdot \sigma_{HT} \cdot \left[\frac{-\epsilon}{\dot{\epsilon}^2 \cdot \tau_M} \cdot \exp\left(\frac{-\epsilon}{\dot{\epsilon} \cdot \tau_M}\right) \right]$$

где $\sigma_{HT} = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, T)$

$$\frac{\partial s}{\partial \dot{\epsilon}} = \left[\frac{-a}{\left(\alpha + \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_{critc}}\right)^2} - \left(s_0 - \frac{a}{\alpha + \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_{critc}}} \right) \cdot t \right] \cdot \frac{\exp\left[\left(\frac{-\dot{\epsilon}}{\epsilon_{critc}} - a\right) \cdot t\right]}{\epsilon_{critc}} - \frac{a}{\epsilon_{critc} \cdot \left(\alpha + \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_{critc}}\right)^2}$$

Параметры $\frac{\partial \sigma_{HT}}{\partial \epsilon}$ и $\frac{\partial \sigma_{HT}}{\partial \dot{\epsilon}}$ вычисляются с помощью численного дифференцирования.

При температуре ниже T_S , используется модель материала $\sigma_{LT} = f(T, \epsilon, \dot{\epsilon})$

Данные для определения напряжений текучести σ_{HT} и σ_{LT} , представляют собой трехмерные массивы с максимальной размерностью (1:9, 1:7, 1:7), размещенные в текстовых файлах, при этом для определения σ_{LT} возможно использование файлов из базы материалов DEFORM. Экстенды массива соответствуют степени деформации, скорости деформации и температуре соответственно.

Для вычисления σ при промежуточных значениях $T, \epsilon, \dot{\epsilon}$ применена интерполяция:

- по ϵ, T - линейная,
- по $\dot{\epsilon}$ – логарифмическая, с основанием логарифма 10.

1.3.2. Процедура USRUPD

Данная процедура позволяет пользователю вычислять специфические параметры состояния для каждого узла и каждого элемента сетки КЭ в процессе расчета. Соответственно различают узловые и элементные пользовательские переменные.

Элементные переменные вычисляются в начале каждой итерации, узловые – только в конце сошедшегося шага, поэтому данным случае они не могут использоваться в процедуре USRMTR.

Некоторые параметры модели для обеспечения их дальнейшего просмотра в постпроцессоре и удобства отладки, используются в программе в качестве пользовательских элементных переменных. Полный перечень элементных переменных приведен в таблице.

Таблица 2. Вычисляемые элементные пользовательские переменные
Обозначение в программе

Номер переменной	Значение на предыдущем шаге	Значение, на текущем шаге	Обозначение в модели	Обозначение в постпроцессоре
1	USRE1(1)	USRE2(1)	f_s	Solid fraction
2	USRE1(2)	USRE2(2)	s	Agglomeration degree
3	USRE1(3)	USRE2(3)	σ_h	Hydrodynamic flow stress
4	USRE1(4)	USRE2(4)	σ_p	Sigma P
5	USRE1(5)	USRE2(5)	k_{ve}	Viscoelastic coeff.
6	USRE1(6)	USRE2(6)	$\begin{cases} \sigma_y, & T_s \leq T \leq T_L \\ \sigma_{LT}, & T < T_s \end{cases}$	Total yield stress
7	USRE1(7)	USRE2(7)	T	Temperature
8	USRE1(8)	USRE2(8)	$\frac{d\sigma_z}{d\epsilon}$	YPS
9	USRE1(9)	USRE2(9)	$\frac{d\sigma_z}{d\dot{\epsilon}}$	FIP
10	USRE1(10)	USRE2(10)	-	Cooling rate
11	USRE1(11)	USRE2(11)	σ_{HT}	Sigma HT
12	USRE1(12)	USRE2(12)	σ_{LT}	Sigma LT

Исходные данные для вычисления 1, 2, 3 и 5 переменных являются одномерные массивы с фиксированной размерностью в 60 элементов, представляющие собой значения функций $f_s(T_i), \frac{1}{\tau_p(T)}, \frac{1}{\tau_M(T)}, \sqrt{3} \cdot \eta_T(T_i)$ где $T_i = T_s + \frac{T_L - T_s}{59} \cdot (i - 1), i = 1, 2 \dots 60$.

Данные массивы последовательно расположены в файле SSV.txt

Значение температуры на текущем шаге для каждого элемента в программе определено как среднее арифметическое температур узлов этого элемента (учитываются только узлы с ненулевой температурой).

Для -1 шага в препроцессоре должны быть заданы начальные значения переменных и имена, под которыми они будут обозначены в постпроцессоре см. рис. 5.

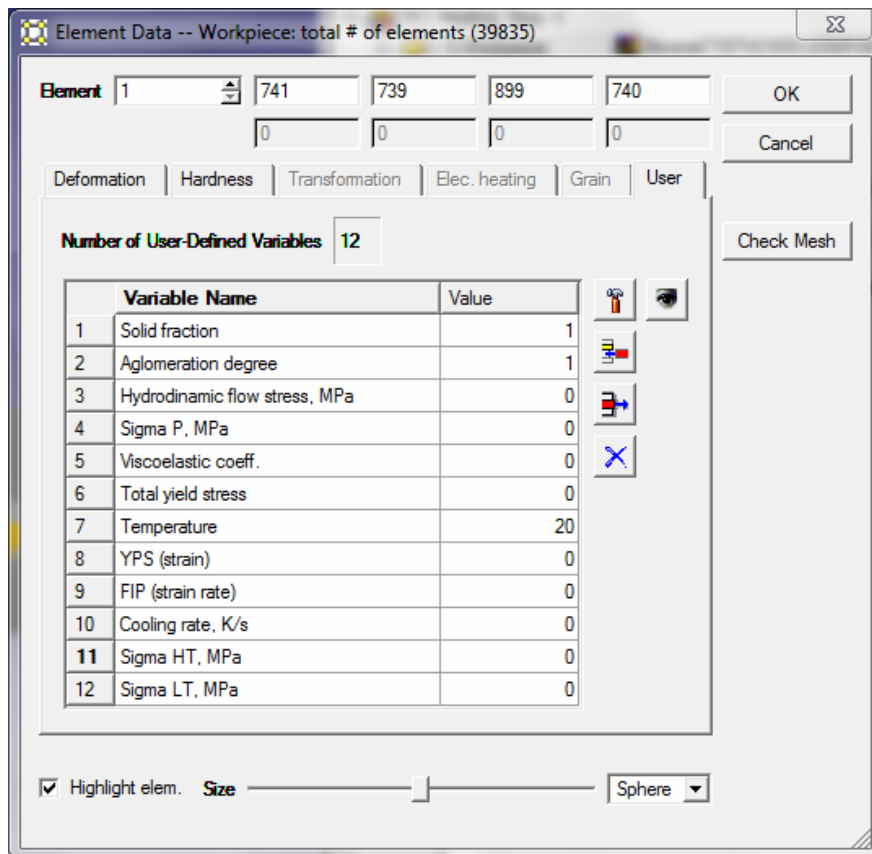


Рис. 5. Задание начальных значений элементных переменных в препроцессоре

Также должны быть заданы T_s , T_L , ϵ_{crit} , путь к файлам с исходными данными и название файла с данными для определения σ_{LT} см. рис. 6

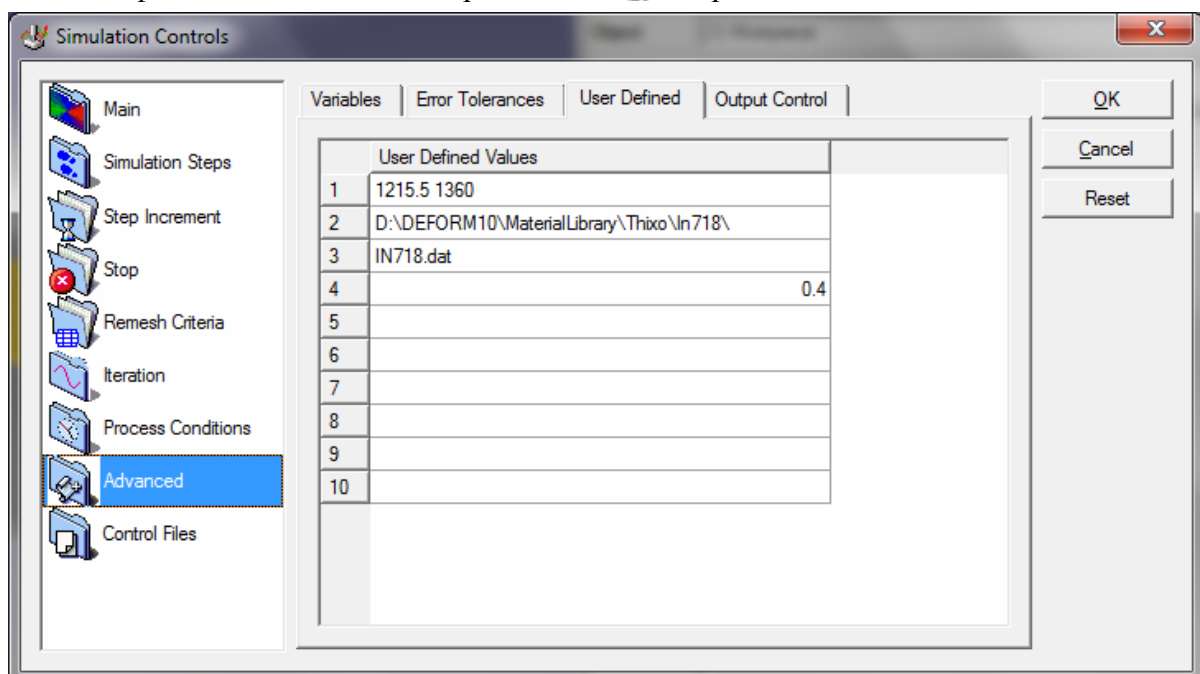


Рис. 6. Исходные данные

Все текстовые файлы с исходными данными могут быть сформированы в среде Mathcad

2. Пример моделирования штамповки в твердотвердом состоянии

На рис. 8 приведен пример моделирования штамповки ступицы тормозного диска из литейного алюминиевого сплава А356. Чертеж поковки и заготовки, схема оснастки, а также параметры технологического процесса приведены в [9].

При моделировании принято

$r = 50 \text{ мкм}$

$$\sigma_{LT}(\epsilon, \dot{\epsilon}, T) = 98,114 \cdot e^{-0,00469 \cdot T} \cdot \epsilon^{0,022} \cdot \dot{\epsilon}^{0,15} \quad [10]$$

$$\sigma_{HT}(\dot{\epsilon}, T) = 0,52 \cdot \left[\frac{\dot{\epsilon}}{(1 \cdot \dot{\epsilon}^{-1})} \cdot \exp\left(\frac{168,2 \cdot 10^3}{R \cdot T}\right) \right]^{-0,154191} \quad [1]$$

Графическая интерпретация зависимостей $\sigma_{LT}(\epsilon, \dot{\epsilon}, T)$ и $\sigma_{HT}(\dot{\epsilon}, T)$ приведена на рис. 7

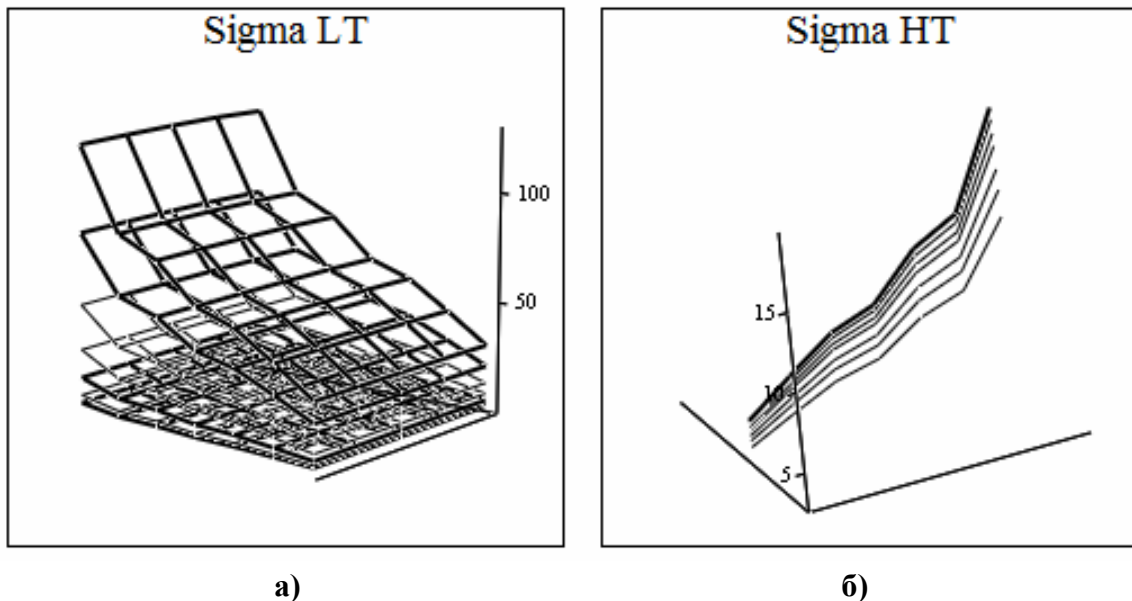


Рис. 7. Графическая интерпретация зависимостей $\sigma_{LT}(\epsilon, \dot{\epsilon}, T)$ (а) и $\sigma_{HT}(\dot{\epsilon}, T)$ (б) для сплава А356

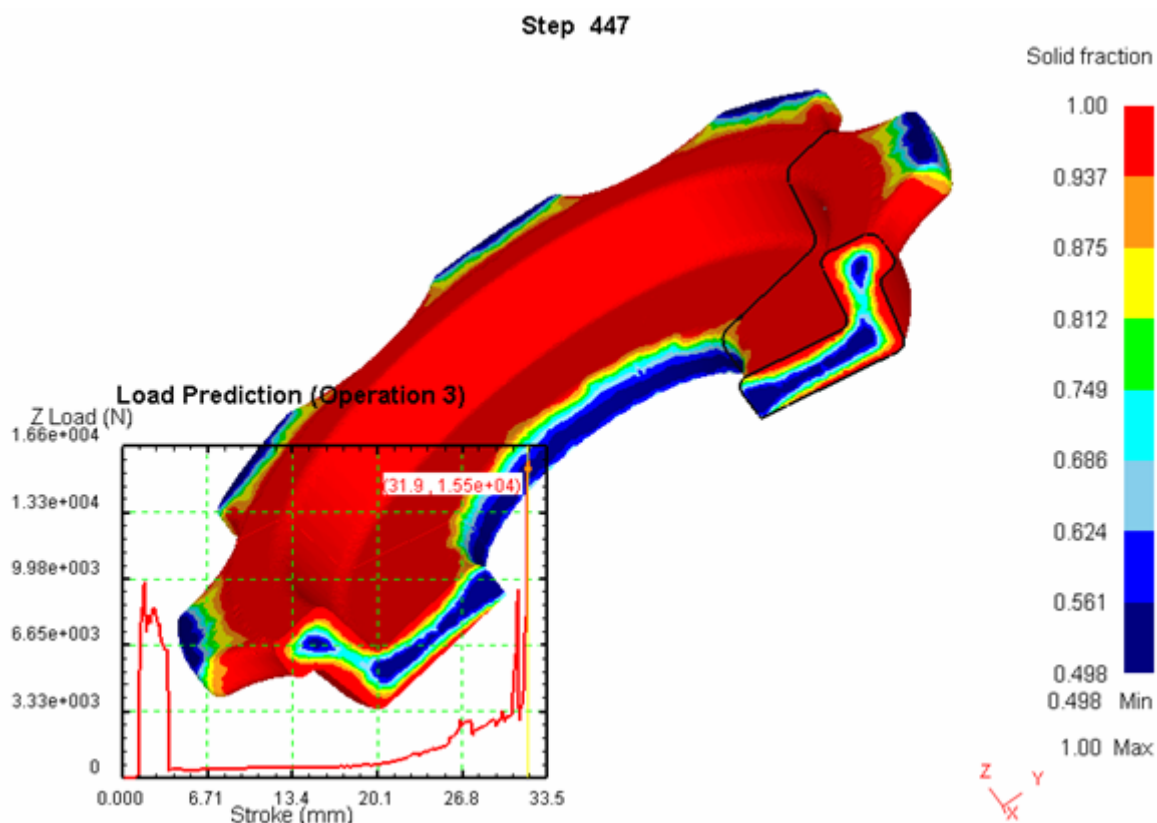


Рис. 8. Моделирование штамповки в твердожидком состоянии ступицы тормозного диска из сплава А356 (распределение твердой фазы в момент окончания заполнения штампа и график силы деформирования)

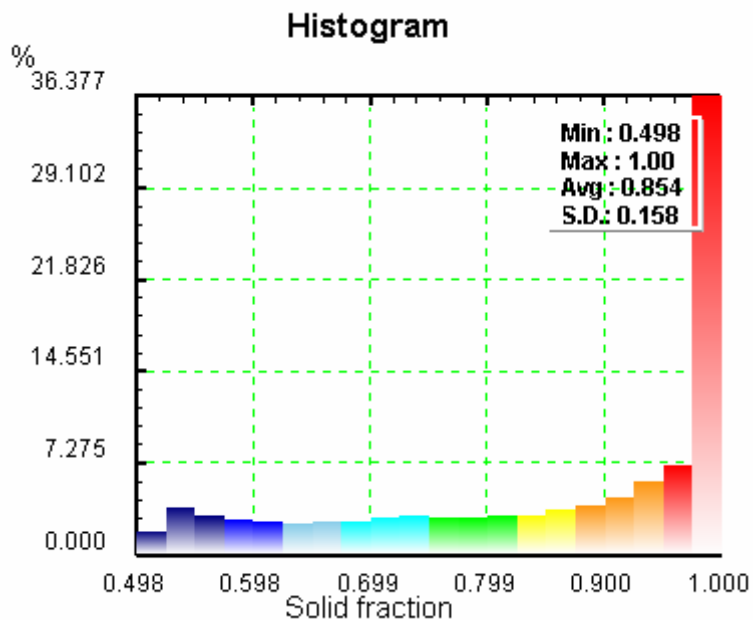


Рис. 9. Гистограмма распределения доли твердой фазы в объеме поковки в момент окончания заполнения штампа

Литература

1. A. Wahlen. Processing of aluminum alloys in the semi-solid state. Basic principles and constitutive models. Diss. ETH Nr. 14166, 2001
2. M. Gündüz, J.D. Hunt. The measurement of solid-liquid surface energies in the Al-Cu, Al-Si and Pb-Sn systems. – Acta metall. Vol. 33, No. 9, pp. 1651-1672, 1985

3. *R.P. Chhabra, J.F. Richardson.* Non-Newtonian flow in the process industries. Fundamentals and engineering applications. – Butterworth-Heinemann, 1999
4. Thixoforming. Semi-solid metal processing. Edited by *G. Hirt* and *R. Kopp*. – WILEY-VCH Verlag GmbH&Co. KGaA, Weinheim, 2009
5. *Z. Guo, N. Saunders, A.P. Miodownik, J-Ph. Schille.* Material properties for process simulation. Materials Science and Engineering A 499 (2009) 7-13
6. *Z. Guo, N. Saunders, A.P. Miodownik, J-Ph. Schille.* Quantification of high temperature strength of nikel-based superalloys, Material Science Forum, Vols. 546-549, 2007
7. *М. Флемингс.* Процессы затвердевания. пер. с англ. – М.: Изд-во «МИР», 1977.
8. *Немнюгин М.А., Стесик О.Л.* Современный Фортран. Самоучитель. – СПб.: БХВ - Петербург, 2004.
9. *Семенов Б.И., Куштаров К.М.* Производство изделий из металла в твердожидком состоянии. Новые промышленные технологии : учеб. пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010.
10. *Хензель А., Шниттель Т.* Расчет энергосиловых параметров в процессах обработки металлов давлением: Справ. изд. Пер. с нем. М.: Металлургия, 1982.