

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НЕРАВНОМЕРНОЙ РАЗДАЧИ

Смолович Илья Ефимович

Бакалавр,
кафедра «Системы пластического деформирования»,
Московский государственный технологический университет «Станкин»

Научный руководитель: Сосенушкин Е.Н,
доктор технических наук, профессор, кафедра «Системы пластического деформирования»

В статье приводится математическая модель процесса неравномерной раздачи и анализ напряженного состояния трубной заготовки из медного и алюминиевого сплавов.

Сущность процесса заключается в последовательном формообразовании трубной заготовки за два перехода. На рис. 1 показана последовательность штамповки переходника. На первом переходе штамповки производится неравномерная раздача заготовки в направлении, перпендикулярном плоскости наклона фланца к оси детали (рис.1, б). На втором переходе фланец раздают до получения плоской поверхности с окончательной калибровкой её между плоскими бойками (рис. 1, в).

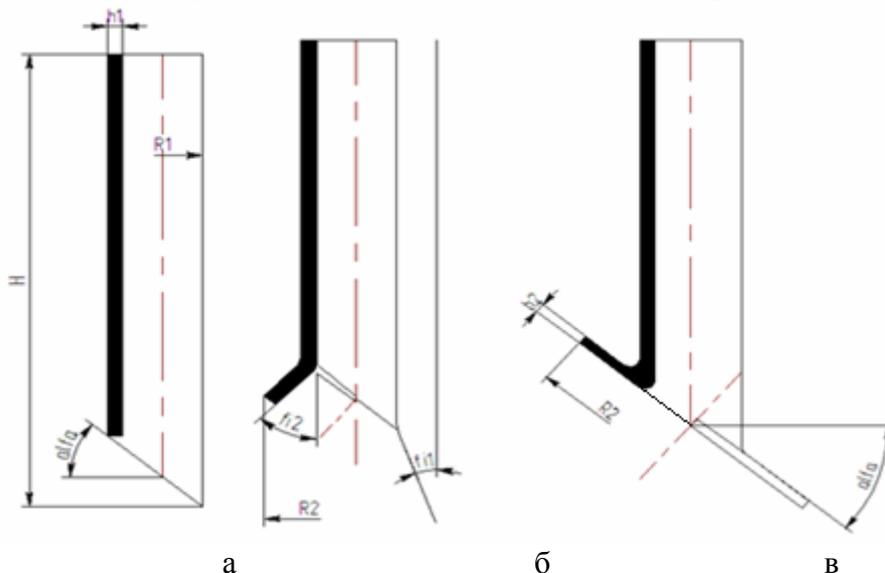


Рис.1. Последовательность штамповки переходников с наклонными фланцами.

Трубная заготовка с исходной толщиной стенки s перемещается вдоль оси z , затем по радиусному переходу раздаётся на конической поверхности, расположенной под углом α к основной оси пуансона. Первый переход ограничивается из-за утонения заготовки в процессе раздачи и как следствие трещинообразованием. Сначала происходит раздача трубы по цилиндрическому участку, затем – по радиусному переходу и наконец по коническому участку.

Чтобы смоделировать поведение заготовки при осуществлении первого перехода процесса неравномерной раздачи необходимо выделить в ней конический участок в состоянии равновесия и составить для него уравнения равновесия и уравнение условия пластичности.

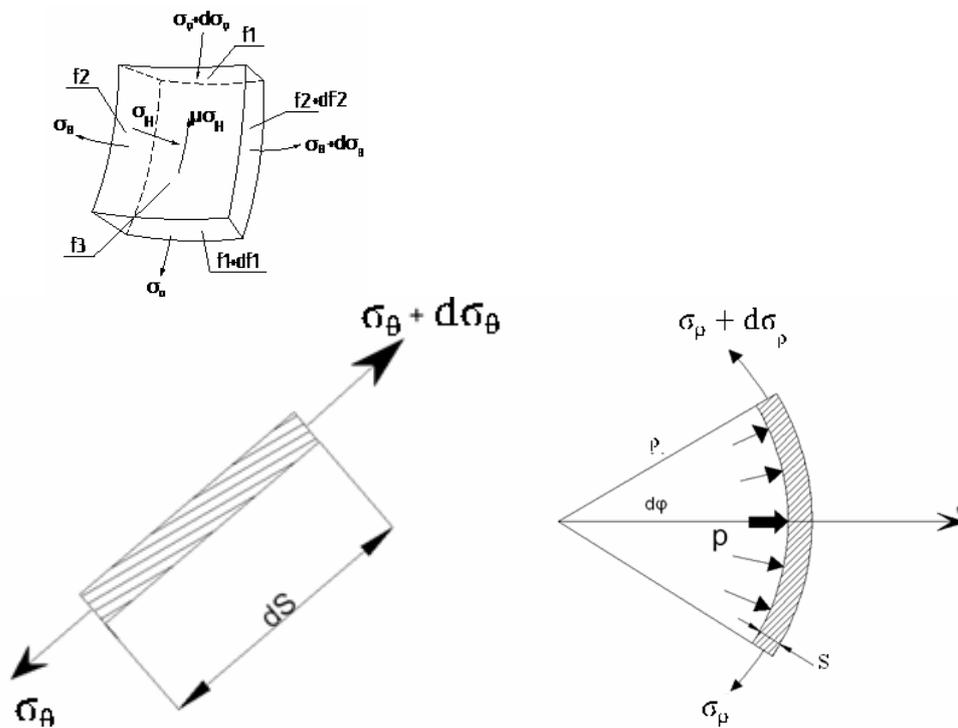


Рис. 2 Напряженное состояние элемента поверхности

Составим уравнения равновесия на нормаль и на касательную поверхность.

На нормаль:

$$-\sigma_\alpha f_3 - (\sigma_p - (\sigma_p + d\sigma_p)) f_1 \frac{d\alpha}{2} - (\sigma_\theta - (\sigma_\theta + d\sigma_\theta)) f_2 \frac{d\beta}{2} = 0; \quad (1)$$

На касательную поверхность:

$$((\sigma_p + d\sigma_p) - \sigma_p) f_1 + (\sigma_\theta - (\sigma_\theta + d\sigma_\theta)) f_2 \frac{d\beta}{2} - \mu \cdot 0,5 \cdot \sigma_\alpha f_3 = 0; \quad (2)$$

Где μ - коэффициент трения, $\mu \leq 0,5$.

Площади поверхностей :

$$f_1 = R_\theta \cdot d\beta \cdot s = (\rho + d\rho) \cdot d\gamma \cdot s; \quad (3)$$

$$f_2 = R_\rho \cdot d\alpha \cdot s = \frac{(\rho + d\rho)}{\sin \alpha} \cdot s; \quad (4)$$

$$f_3 = R_\rho \cdot R_\theta \cdot d\beta \cdot d\alpha = (\rho + d\rho) \cdot d\gamma \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha}; \quad (5)$$

Длина элемента:

$$l = \rho \cdot d\gamma = \frac{\rho}{\cos \alpha} \cdot d\beta = \frac{\rho}{\sin \alpha} \cdot d\theta; \quad (6)$$

$$d\gamma = \frac{d\beta}{\cos \alpha} = \frac{d\theta}{\sin \alpha}; \quad (7)$$

Подставляя уравнения (3), (4), (5), (6), (7) в уравнения равновесия получим систему

$$\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sigma_\alpha f_3 - (\sigma_p - (\sigma_p + d\sigma_p)) f_1 \frac{d\alpha}{2} - (\sigma_\theta - (\sigma_\theta + d\sigma_\theta)) f_2 \frac{d\beta}{2} = 0 \\ ((\sigma_p + d\sigma_p) - \sigma_p) f_1 + (\sigma_\theta - (\sigma_\theta + d\sigma_\theta)) f_2 \frac{d\beta}{2} - \mu \cdot 0,5 \cdot \sigma_\alpha f_3 = 0 \\ -0,5 \cdot \sigma_\alpha (\rho + d\rho) \cdot d\gamma \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha} - (\sigma_p - (\sigma_p + d\sigma_p)) \cdot (\rho + d\rho) \cdot d\gamma \cdot s \cdot \frac{d\alpha}{2} - (\sigma_\theta - (\sigma_\theta + d\sigma_\theta)) \cdot \frac{(\rho + d\rho)}{\sin \alpha} \cdot s \cdot \frac{d\beta}{2} = 0 \\ ((\sigma_p + d\sigma_p) - \sigma_p) (\rho + d\rho) \cdot d\gamma \cdot s + (\sigma_\theta - (\sigma_\theta + d\sigma_\theta)) \cdot \frac{(\rho + d\rho)}{\sin \alpha} \cdot s \cdot \frac{d\theta}{2} - \mu \cdot 0,5 \cdot \sigma_\alpha (\rho + d\rho) \cdot d\gamma \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha} = 0 \end{cases}$$

При $\alpha \rightarrow 0$: $d\alpha = \sin \alpha$:

$$\begin{cases} -0,5 \cdot \sigma_p (\rho + d\rho) \cdot d\gamma \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha} - d\sigma_p \cdot (\rho + d\rho) \cdot d\gamma \cdot s \cdot \frac{d\alpha}{2} - d\sigma_p \frac{(\rho + d\rho)}{\sin \alpha} \cdot s \cdot \frac{d\beta}{2} = 0 \\ d\sigma_p \cdot (\rho + d\rho) \cdot \frac{d\theta}{\sin \alpha} \cdot s - d\sigma_p \frac{(\rho + d\rho)}{\sin \alpha} \cdot s \cdot \frac{d\theta}{2} - \mu \cdot 0,5 \cdot \sigma_p (\rho + d\rho) \cdot \frac{d\theta}{\sin \alpha} \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha} = 0 \end{cases}$$

Поскольку заготовка тонкостенная, то $\sigma_H \approx 0$, а также при отсутствии кривизны внутренней поверхности $\beta \rightarrow 0$ система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} -0,5 \cdot \sigma_p (\rho + d\rho) \cdot \frac{d\theta}{\sin \alpha} \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha} - d\sigma_p \cdot (\rho + d\rho) \cdot \frac{d\theta}{\sin \alpha} \cdot s \cdot \frac{d\alpha}{2} = 0 \\ d\sigma_p \cdot (\rho + d\rho) \cdot \frac{d\theta}{\sin \alpha} \cdot s - d\sigma_p \frac{(\rho + d\rho)}{\sin \alpha} \cdot s \cdot \frac{d\theta}{2} - \mu \cdot 0,5 \cdot \sigma_p (\rho + d\rho) \cdot \frac{d\theta}{\sin \alpha} \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha} = 0 \\ -0,5 \cdot \sigma_p \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha} - d\sigma_p \cdot s \cdot \frac{\sin \alpha}{2} = 0 \\ d\sigma_p \cdot (\rho + d\rho) \cdot s - d\sigma_p \frac{(\rho + d\rho)}{2} \cdot s - \mu \cdot 0,5 \cdot \sigma_p (\rho + d\rho) \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Из первого полученного выражения найдём $d\sigma_p$ и подставим во второе уравнение, тогда получим:

$$d\sigma_p = \sigma_p \cdot \frac{d\rho}{s \cdot \sin^2 \alpha};$$

$$\sigma_p \cdot \frac{d\rho}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot s - d\sigma_p \frac{s}{2} - \mu \cdot 0,5 \cdot \sigma_p \cdot \frac{d\rho}{\sin \alpha} = 0;$$

Окончательно получим уравнения:

$$d\sigma_p = \frac{1}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \sigma_p \cdot d\rho;$$

$$d\sigma_p = \frac{2 - \mu \cdot \sin \alpha}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \sigma_p \cdot d\rho;$$

После интегрирования получим:

$$\sigma_p = \frac{1}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \sigma_p + C_1;$$

$$\sigma_p = \frac{2 - \mu \cdot \sin \alpha}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \sigma_p + C_2;$$

Где C_1, C_2 – постоянные, которые находим из граничных условий:

$$\sigma_p(0) = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{1}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \sigma_p;$$

Пренебрегая пока что упрочнением материала будем считать напряжение текучести постоянной величиной. Пользуясь уравнением пластичности определяем C_2 :

$$\sigma_p + \sigma_p = \beta \cdot \sigma_p;$$

$$\text{Где } \beta = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,155;$$

$$-\frac{1}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \sigma_p + \frac{1}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \sigma_p + \frac{2 - \mu \cdot \sin \alpha}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \sigma_p + C_2 = 1,155 \cdot \sigma_p;$$

$$C_2 = 1,155 \cdot \sigma_p - \frac{2 - \mu \cdot \sin \alpha}{s \cdot \sin^2 \alpha} \cdot \sigma_p$$

Теперь зная законы, по которым изменяются σ_p и σ_H можно учесть факторы, влияющие на процесс получения наклонного фланца и построить зависимости их для конкретных случаев, например для труб из меди или алюминия.

Ранее в работах [3,4] были оценены предельные возможности формоизменения трубы внутренним диаметром $\varnothing 20$ мм.(см. ниже)

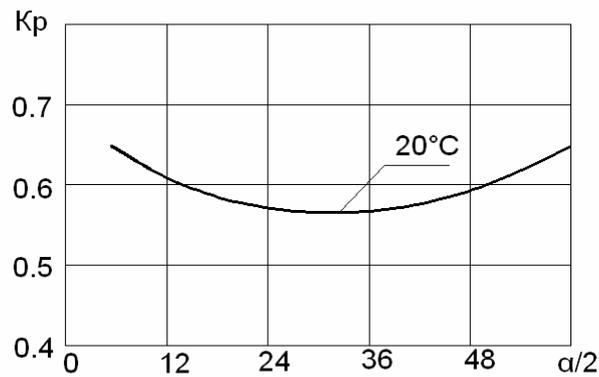


Рис. 3. Зависимость коэффициента раздачи от угла ската пуансона.

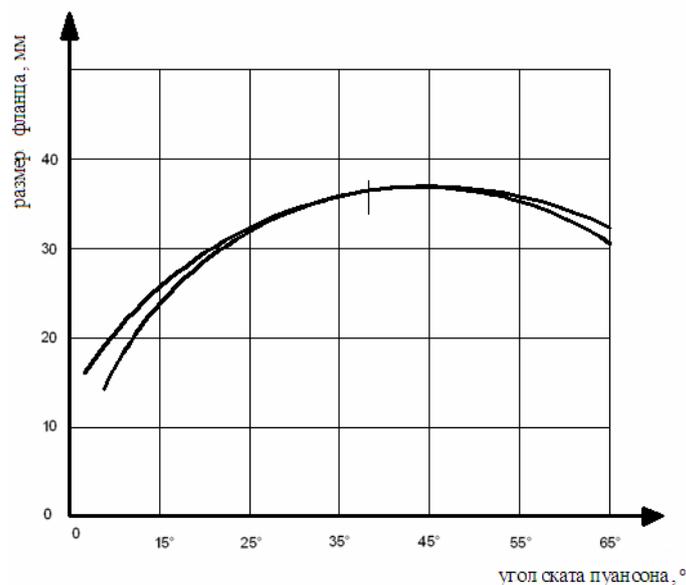


Рис. 4. Зависимость размера фланца от угла ската пуансона.

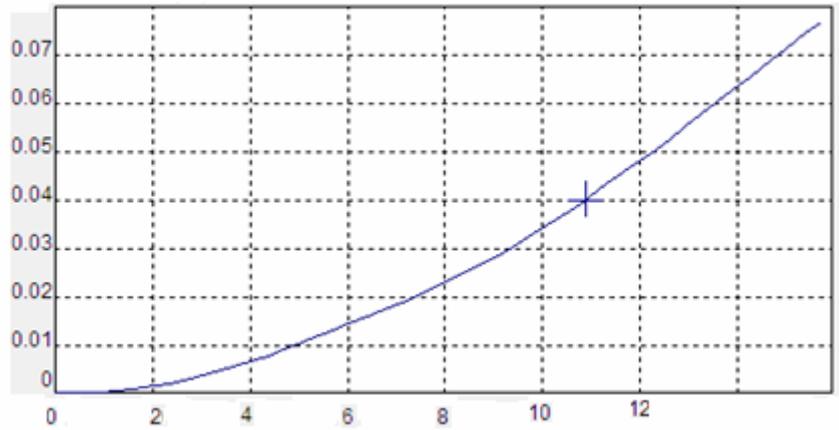
На рис. 3, 4 показаны закономерности изменения коэффициента раздачи и размера фланца от угла ската пуансона. На представленных графиках имеется экстремум, по которому можно судить о наиболее благоприятных диапазонах изменения угла ската пуансона. При относительно малых углах конусности процесс неравномерной раздачи по характеру протекания будет похож на равномерную раздачу, а при нулевом угле мы будем наблюдать процесс калибровки. Итак оптимальным углом при получении наклонных фланцев в холодном состоянии будет угол 37° [4, 5].

На формирование фланца в процессе раздачи оказывают влияние такие факторы как упрочнение заготовки в процессе деформирования и утонение и др. Теперь их можно в полной мере учесть, зная изменение напряжений по мере раздачи и уравнение поверхности, по которой раздаётся трубная заготовка.

Табл.1 Пределы прочности исследуемых материалов:

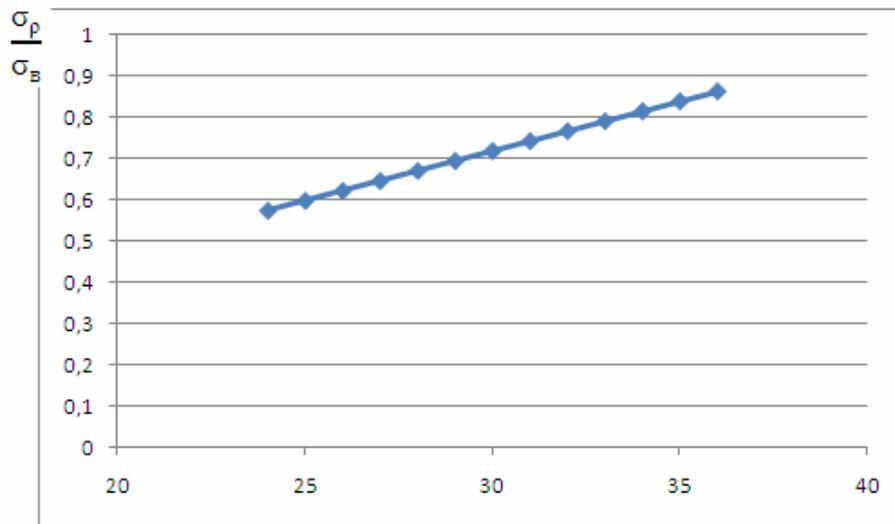
Название сплава	M1	Д16
Состав	Cu 99,95 %	Cu 3.8-4.9; Mg 1.2-1.8; Mn 0.3-0.9; остальное алюминий
Временный предел прочности, МПа	210	440
Показатель деформационного упрочнения, n	0,47-0,49	0,162-0,190

Сила P, кН



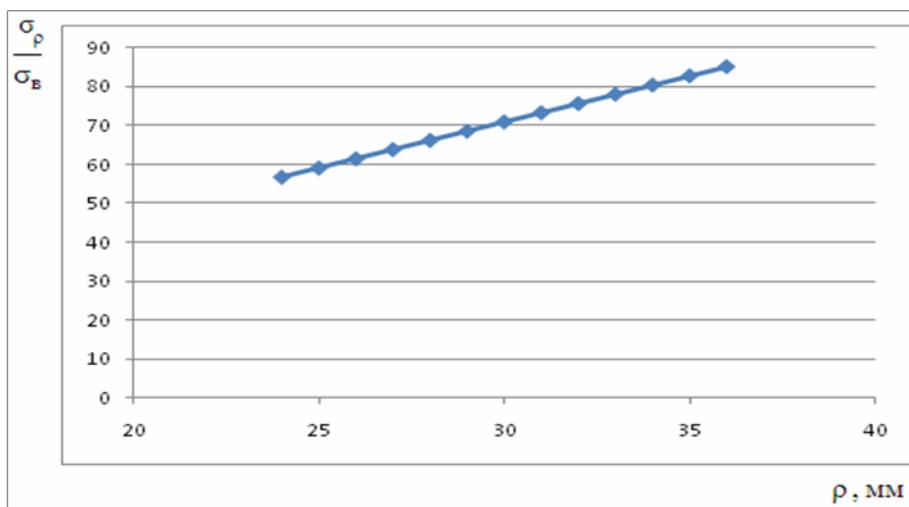
Перемещение, dz, мм

Рис. 5. Зависимость силы раздачи от перемещения толкателя. Перекрестием показано место образования трещины.



rho, мм

Рис. 6. Рост удельного радиального напряжения на кромке по мере раздачи для сплава М1.



rho, мм

Рис. 7. Рост удельного радиального напряжения на кромке по мере раздачи для сплава Д16.

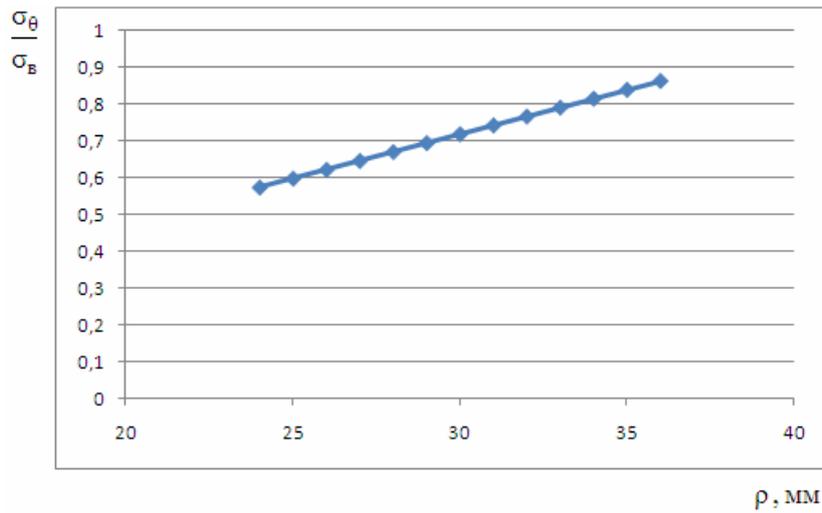


Рис. 8. Рост удельного меридионального напряжения на кромке по мере раздачи для сплава М1.

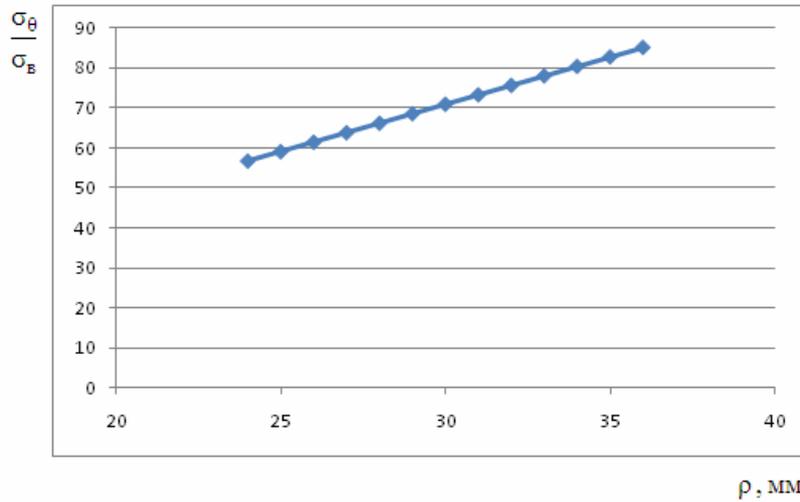


Рис. 9. Рост удельного меридионального напряжения на кромке по мере раздачи для сплава Д16.

Через уравнения связи можно получить графики изменения деформаций ϵ_{ρ} и ϵ_{θ} для материалов меди и алюминия:

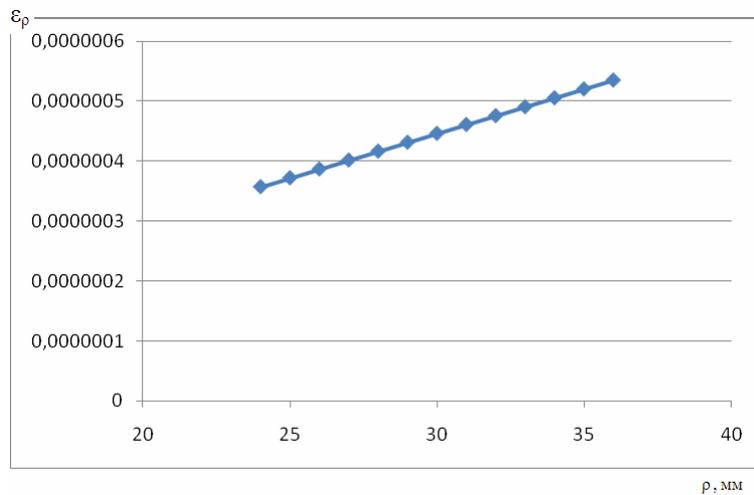


Рис. 10. Рост деформации ϵ_{ρ} на кромке по мере раздачи для сплава Д16.

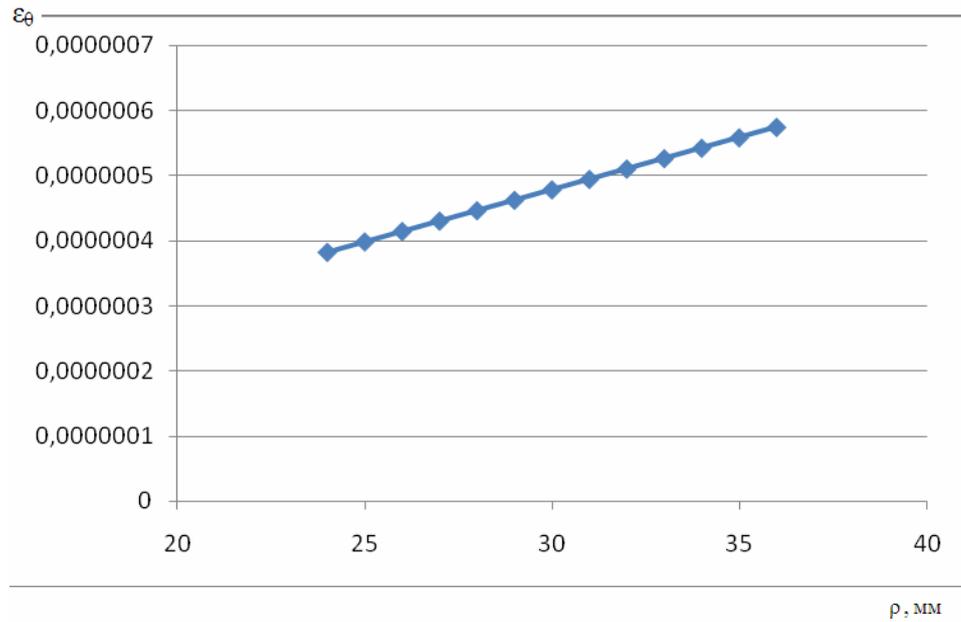


Рис. 11. Рост деформации ϵ_{θ} на кромке по мере раздачи для сплава Д16.

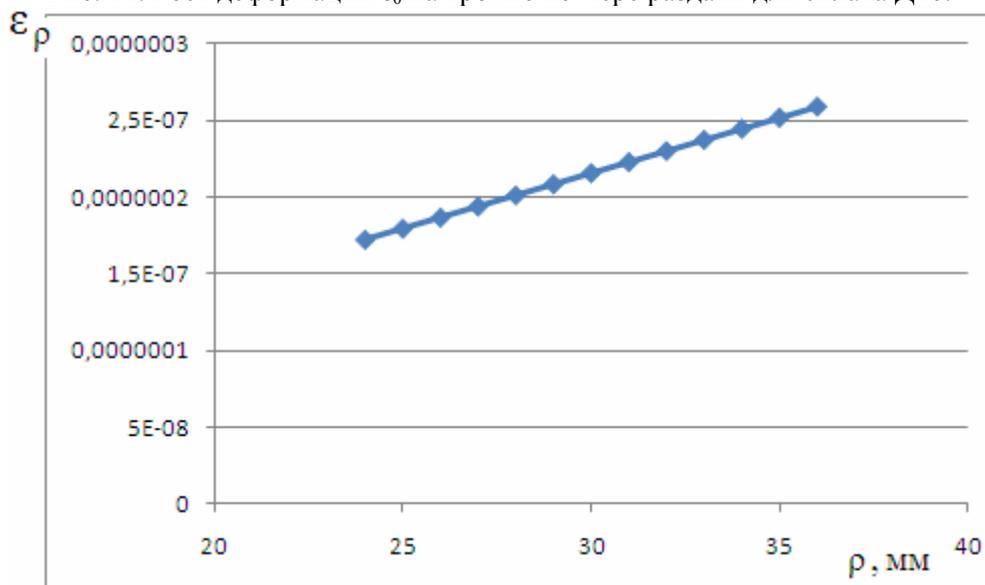


Рис. 12. Рост деформации ϵ_{ρ} на кромке по мере раздачи для сплава М1.

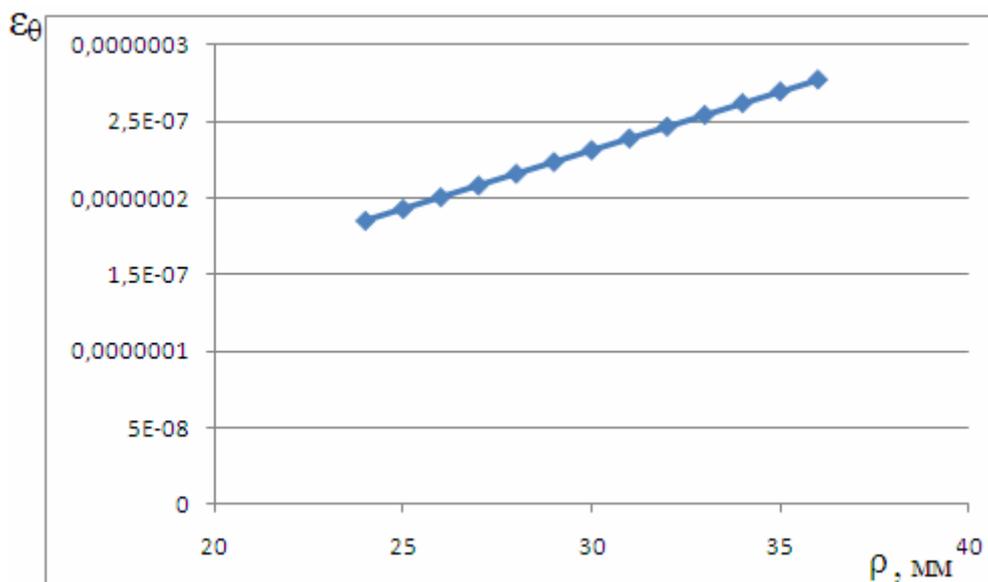


Рис. 13. Рост деформации ϵ_{θ} на кромке по мере раздачи для сплава М1.

Вывод: Разработана математическая модель процесса получения переходников с наклонными фланцами методом неравномерной раздачи, с учетом контактного трения и упрочнения материала.

Литература

1. *Попов Е.А., Сторожев М.В.* Теория обработки металлов давлением.// —М.: Машиностроение. – 1977. – 423 с.
2. *Горбунов М.Н.* Штамповка деталей из трубчатых заготовок.// М.: Машгиз, 1960. -190 с.
3. *Смолович И.Е.* Математическая модель оценки НДС при неравномерной раздаче. Материалы III научно-образовательной конференции МТИ- 2010. Секция «Оборудование машиностроительных производств», ноябрь- декабрь 2010 г. – С. 145-148.
4. *Непершин Р. И.* Раздача тонкостенной трубы криволинейным жестким пуансоном. Вестник МГТУ Станкин. Научный рецензируемый журнал. М.: МГТУ «Станкин», № 4 (8), 2009. - С. 54-60.
5. *Хачатрян Д. В., Сосенушкин Е. Н.* Исследование равномерной раздачи фланцев на трубных заготовках. Материалы III научно-образовательной конференции МТИ-2010. Секция «Оборудование машиностроительных производств», ноябрь- декабрь 2010 г. – С. 157-163.