УДК 621.865.8

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА КИНЕМАТИКИ ДЛЯ 6 ОСЕВОГО РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА

Протасов Никита Игоревич
Студент 3-го курса
кафедра «Металлорежущие станки»
Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

Научный руководитель:
Руднев С. К., старший преподаватель кафедры «Металлорежущие станки»
Калаев А.С., старший преподаватель кафедры «Металлорежущие станки»

Цель: Решить прямую задачу кинематики аналитическим методом для 6-осевого робота-манипулятора

Введение: Промышленные роботы становятся неотъемлемой частью большинства современных предприятий, ведь при грамотной интеграции они могут значительно увеличить производительность, а также качество выпускаемой продукции, снизив трудозатраты со стороны рабочего персонала. В основе системы управления данных роботов лежат прямая и обратная задачи кинематики. С их помощью можно в любой момент времени определить необходимые параметры такие как координата рабочего инструмента и углы поворота звеньев.

Прямая задача кинематики заключается в том, чтобы при известных углах поворота звеньев робота требуется определить координату конца манипулятора. Однако, чтобы робот повторил какую-либо заранее заданную траекторию движения, необходима ***обратная задача***. Ее решение определяет то, какой угол должно принять каждое плечо робота, чтобы рабочий инструмент пришел в точку с нужной координатой. В данной статье будет разобрано решение прямой задачи кинематики аналитическим способом, а именно методом Денавита-Хартенберга.

1) <u>Кинематическая схема робота-манипулятора с 6 степенями свободы</u>

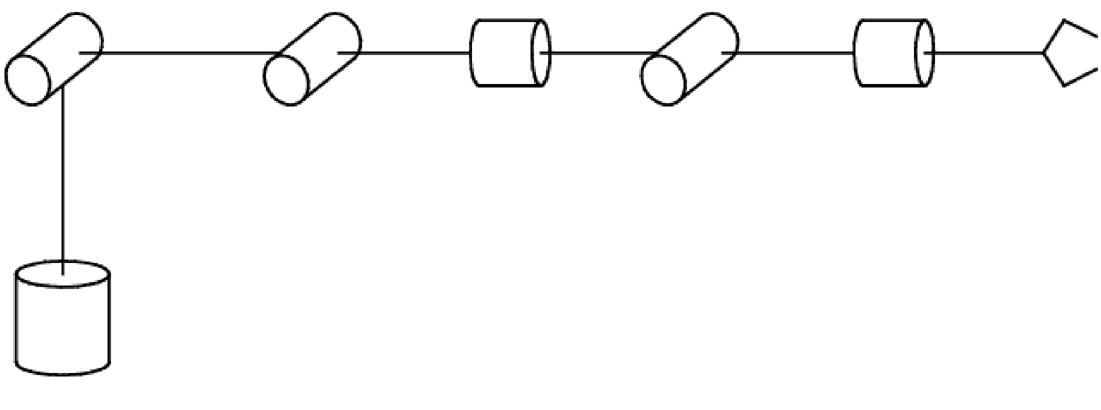

Рис. 1.1. Кинематическая схема

2) Выбор систем координат

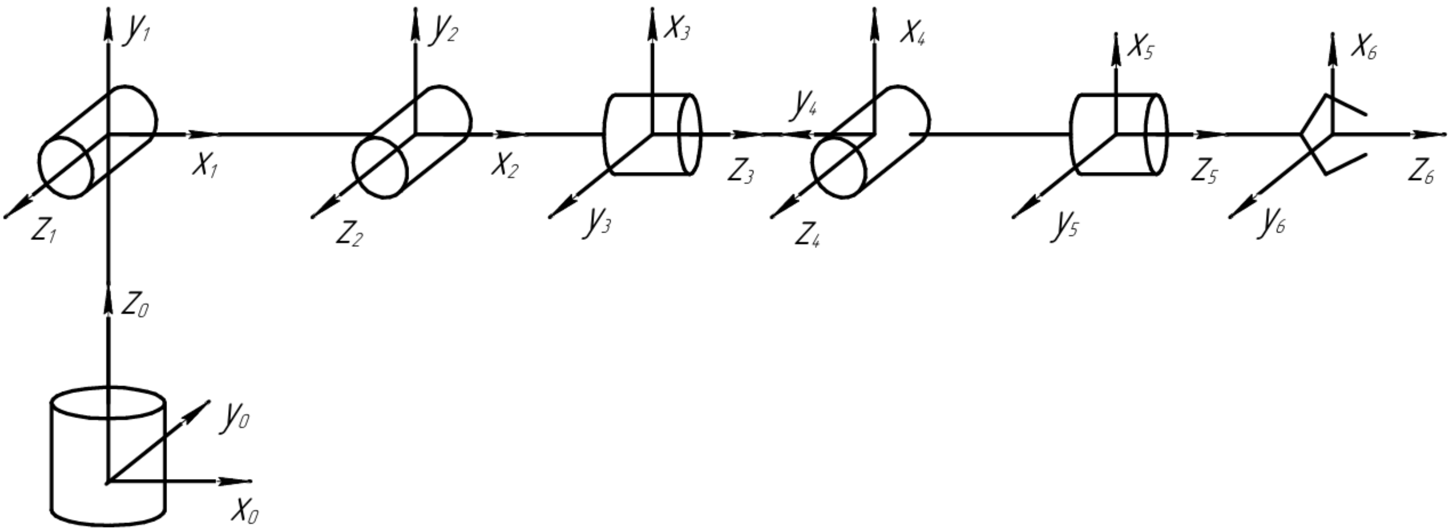

Рис. 2.1. Кинематическая схема с выбранными системами координат

3) Выбор параметров Денавита-Хартенберга

1) a_i – расстояние вдоль оси x_i от z_{i-1} до z_i

2) α_i – угол вокруг оси x_i от z_{i-1} до z_i

3) d_i – расстояние вдоль оси z_{i-1} от x_{i-1} до x_i

4) θ_i – угол вокруг оси оси z_{i-1} от x_{i-1} до x_i

Звено i	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\frac{\pi}{2}$	d_1	θ_1
2	a_2	0	0	θ_2
3	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_3 + \frac{\pi}{2}$
4	0	$-\frac{\pi}{2}$	d_4	θ_4
5	0	$\frac{\pi}{2}$	0	θ_5
6	0	0	d_6	θ_6

Таблица 1. Параметры Денавита-Хартенберга

4) <u>Нахождение матрицы преобразования из одной системы координат в другую</u>

Для нахождения координат рабочего инструмента рассмотрим 2 системы координат. Одна из инерциальная и связана с основанием робота – $o_0x_0y_0z_0$, а другая связана с концом манипулятора (рабочим инструментом) – $o_6x_6y_6z_6$. Составим уравнение преобразования координат вектора из одной системы координат в другую.

$$k^0 = T_n^0 \cdot k^n;$$

k^0 – координаты вектора в с.к. $o_0x_0y_0z_0$
k^n – координаты вектора в с.к. $o_nx_ny_nz_n$
T_n^0 – матрица однородного преобразования

$$T_n^0 = \begin{pmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_n^0 & s_n^0 & a_n^0 & p_n^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_n^0 & p_n^0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

– где векторы n_n^0, s_n^0, a_n^0 выражают направление осей $o_nx_ny_nz_n$ относительно с.к. $o_0x_0y_0z_0$;
R_n^0 – матрица вращения системы $o_nx_ny_nz_n$ относительно системы $o_0x_0y_0z_0$;
p_n^0 – вектор линейного смещения начала координат.

Таким образом, используя полученные выше параметры Денавита-Хартенберга, составим 4 матрицы однородного преобразования:

$$T_i = T_{z,\theta_i} T_{z,d_i} T_{x,a_i} T_{x,\alpha_i};$$

$$T_i = \begin{pmatrix} R_{z,\theta_i} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & p_{d_i} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & p_{\alpha_i} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{x,\alpha_i} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i}c_{\alpha_i} & s_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

– где $R_{z,\theta_i}, R_{x,\alpha_i}$ – матрицы вращения
I – единичная матрица

5) Подставив все значения Денавита-Хартенберга, получим 6 матриц однородного преобразования:

$$T_1^0 = \begin{pmatrix} cos\theta_1 & 0 & sin\theta_1 & 0 \\ sin\theta_1 & 0 & -cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_2^1 = \begin{pmatrix} cos\theta_2 & -sin\theta_2 & 0 & a_2cos\theta_2 \\ sin\theta_2 & cos\theta_2 & 0 & a_2sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_3^2 = \begin{pmatrix} cos(\theta_3 + \frac{\pi}{2}) & 0 & sin(\theta_3 + \frac{\pi}{2}) & 0 \\ sin(\theta_3 + \frac{\pi}{2}) & 0 & -cos(\theta_3 + \frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_4^3 = \begin{pmatrix} cos\theta_4 & 0 & -sin\theta_4 & 0 \\ sin\theta_4 & 0 & cos\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_5^4 = \begin{pmatrix} cos\theta_5 & 0 & sin\theta_5 & 0 \\ sin\theta_5 & 0 & -cos\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_6^5 = \begin{pmatrix} cos\theta_6 & -sin\theta_6 & 0 & 0 \\ sin\theta_6 & cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

После перемножения полученных матриц однородного преобразования, получим матрицу вида

$$T_6\ (q) = \prod_{i=1}^{6} T_i^{i-1}(q) = \begin{pmatrix} R_n^0(q) & p_n^0(q) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$p_n^0(q)$ *– вектор, задающий положение с.к., связанной с захватом, относительно базовой с.к.*
$R_n^0(q)$ *– матрица, задающая ориентацию с.к., связанной с рабочим органом, относительно базовой с.к.*

Литература

1. *Muhammad I.Azeez1, A. M. M.Abdelhaleem, S. Elnaggar, KamalA. F. Moustafa2 & Khaled R.Atia1*. Optimization of PID trajectory tracking controller for a 3-DOF robotic manipulator using enhanced Artifcial Bee Colony algorithm – 2023
2. *Cheonghwa Lee and Dawn An.* AI-Based Posture Control Algorithm for a 7-DOF Robot Manipulator – 2022
3. Дунаев П.Ф. "Конструирование узлов и деталей машин" – 2008
4. Лесков А.Г., Бажинова К.В., Селиверстова Е.В. "Кинематика и динамика исполнительных механизмов манипуляционных роботов" – 2017.