

УДК 621.01

## Синтез кулачкового механизма по критерию минимизации контактных напряжений в паре «кулачок – ролик» на заданном интервале поворота кулачка

Николай Михайлович Бычков

Студент 3 курса,  
кафедра «Технология машиностроения»  
Московский государственный технический университет

Научный руководитель: А.А. Головин,  
доктор технических наук, профессор кафедры «Теория механизмов и машин»

### Введение

В основе данной работы лежит задача, изложенная в [1]: найти профиль кулачка механизма выталкивателя штамповочного автомата, обеспечивающий минимальное значение контактных напряжений в паре «кулачок – ролик». В [1] дано: толкатель коромысловый с геометрическим замыканием; для конструктивного профиля  $R_{нб} = 96,33$  мм;  $R_{нм} = 75$  мм; радиус ролика  $R_p = 10$  мм; нагрузка на толкатель  $Q^n = 518,09$  Н.

Задача определения теоретического и конструктивного профиля кулачка была в [1] решена с помощью пошаговой сплайн аппроксимации с использованием сплайнов 3-го порядка из условия непрерывности функции, описывающей весь профиль кулачка, а также первой и второй ее производных по угловой координате. Здесь следует отметить, что использование сплайнов 3-го порядка приводит к скачкам ускорения, что может сказаться на динамике механизма.

Однако особенности кинематики и динамики кулачковых механизмов определяются формой профиля кулачка, то есть его кривизной, в которую входят функция положения толкателя (зависимость положения толкателя от положения кулачка), аналоги скорости и ускорения толкателя. Таким образом, задачу оптимального проектирования можно упростить за счет максимального использования аналитических методов [2].

### Постановка задачи

Рассмотрим характерное распределение контактных напряжений в паре «конструктивный профиль кулачка – ролик толкателя» на типовых участках профиля кулачка для механизма с прямолинейно движущимся толкателем (принцип исследования кулачкового механизма с коромысловым толкателем будет таким же, но формулы будут более громоздкими). Объектом рассмотрения будет фаза удаления.

Теория упругости при учете приведенных допущений при сжатии стальных цилиндров вдоль образующих (начальное касание по линии, реальный контакт – площадка, ограниченная эллипсом) при коэффициенте Пуассона  $\mu = 0,3$  дает для определения наибольшего контактного напряжения формулу

$$\sigma_K = 0,418 \sqrt{\frac{Q^n E}{b} \left( \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} \right)} = 0,418 (Q^n E / b\rho)^{1/2},$$

представляющей частный случай формулы Герца.  
Здесь

$Q^n = \text{const}$  – величины нормальной составляющей реакции в точке контакта;  
 $b$  – ширина ролика;  
 $\rho_1 = R_p$ ;  $\rho_2$  – радиус кривизны конструктивного профиля в точке контакта.  
 Таким образом [2]

$$\sigma_k = A \sigma = (1/R_p \pm 1/\rho_2)^{0,5},$$

$$\sigma = (1/R_p \pm 1/\rho_2)^{0,5}.$$

Возможны три варианта сопряжения ролика с конструктивным профилем:

- Сопряжение ролика и вогнутой кривой (I)  
 $\sigma = (1/R_p - 1/\rho_2)^{0,5};$
- Промежуточный случай - сопряжение ролика и прямой (II)  
 $\sigma = 1/R_p^{0,5};$
- Сопряжение выпуклой кривой радиуса и ролика (III)  
 $\sigma = (1/R_p + 1/\rho_2)^{0,5}.$

На рис.1 представлены три зависимости  $\sigma$  от соотношения  $R_p$  и  $\rho_2$  (I, II, III).

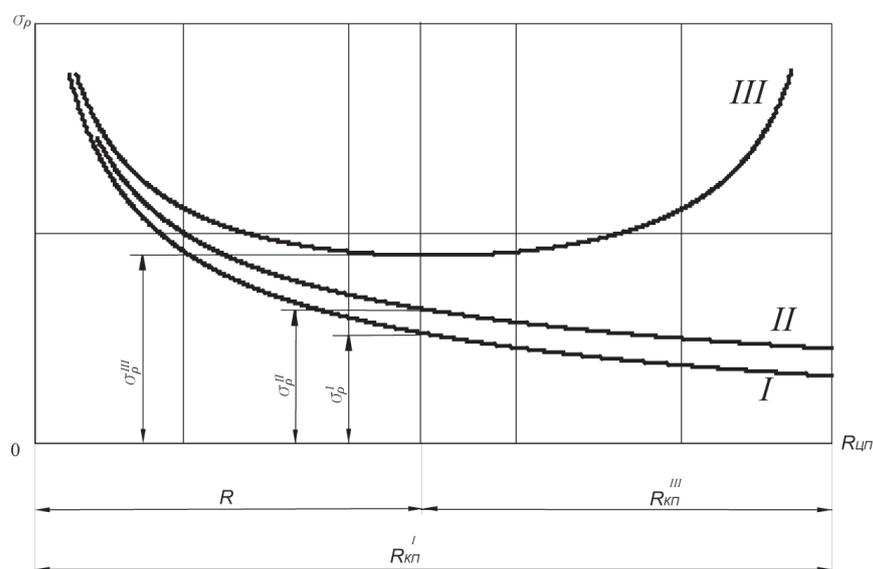


Рис.1.

На рис.2 [2] дан фрагмент центрального профиля, составленный из двух дуг разного знака кривизны, сопряженных между собой отрезком прямой, касательной к этим дугам (случаи I, II, III). Такое сопряжение обеспечивает не только непрерывность первообразной (центрального профиля), но и его первой производной. Вторая производная, то есть аналог ускорения, радиусы кривизны и, соответственно контактные напряжения, будет иметь конечные скачки.

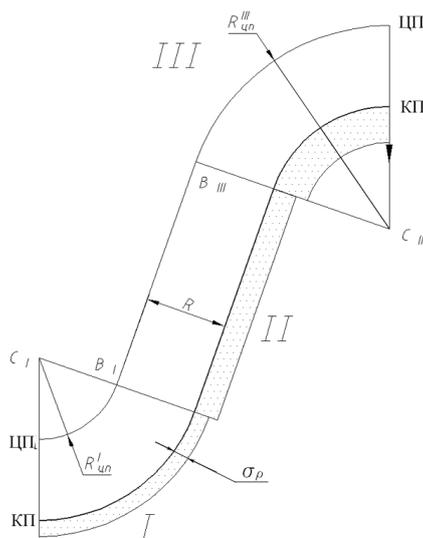


Рис.2.

Ограничением является значение минимального радиуса кривизны на участке III:

$$\rho_{2\text{мин}} > R_p .$$

**Обоснование решения задачи**

Слабым местом кулачка, как видно из рис.1,2 , является участок III.

Слабым местом кулачка, как видно из рис.1,2 , является участок III.

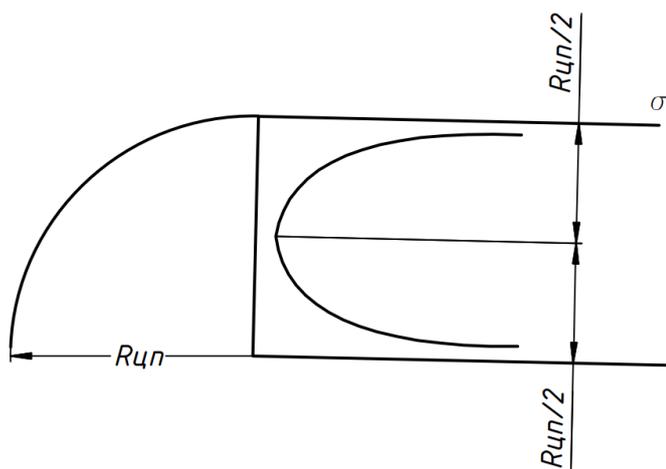


Рис.3

Для постоянства контактного напряжения при постоянстве нормальной реакции ( $Q^n = \text{const}$ ) необходимо постоянство радиуса кривизны центрального профиля.

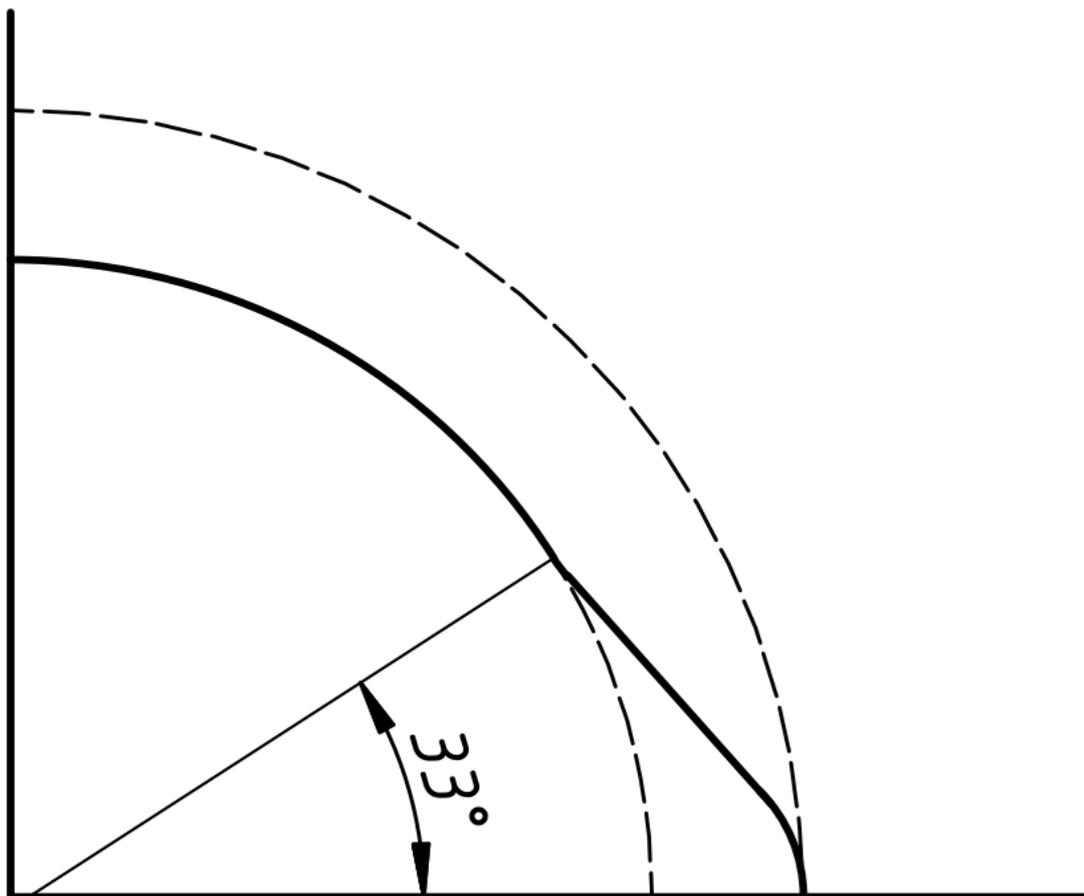
Распределение напряжений в зависимости от величины радиуса кривизны центрального профиля показано на рис.3. Как видно из рисунка, наименьшее контактное напряжение на участке будет при

$R_p = 0.5 * r_{цп}$ . Соответственно возможны две задачи :

- 1) Если дано  $R_p$ , то  $r_{цп} = 2R_p$ ;
- 2) Если дано  $Q^n$ , то  $\sigma_k = A\sqrt{Q^n} * \sqrt{\frac{1}{R_p} + \frac{1}{\rho_{кп}}} = A\sqrt{Q^n} \sqrt{\frac{2}{R_p}} \Rightarrow R_p$

### Построение теоретического профиля кулачка

В ходе полученных выше рассуждений, для конкретно поставленной задачи с заданным ходом и углом подъема получим теоретический профиль кулачка, вида:



#### **Выводы**

- 1. Для условия постоянства нормальной реакции в паре «кулак-толкатель» задачу можно решить точными аналитическими методами.**
- 2. Для заданных исходных данных профиль теоретический и конструктивный описывается тремя сопряженными участками: вогнутая дуга – прямая – выпуклая дуга.**
- 3. Метрический анализ (определение перемещения толкателя, аналогов скорости и ускорения) для полученного решения можно провести точным аналитическим методом «заменяющих механизмов» - методом Гартмана, известным с конца 19-го века.**
- 4. В предложенной постановке задачи принято условие постоянства реакции в паре «кулак-толкатель». Однако целесообразно учитывать закон изменения нагрузки на толкатель.**

#### **Литература**

1. Живов Л.И., Овчинников А.Г., Складчиков Е.Н.: Кузнечн о-штамповочное оборудование: учебник для вузов / Под ред. Л.И. Живова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 560 с., ил.
2. А. Головин, М. Чекарелли, «Использование моделей и реальных механизмов в курсе Теория механизмов и машин: альбом иллюстративного материала по курсу Теория механизмов и машин»: Электронное издание // Регистрационное свидетельство №16335 от 21.05.2009/ Гос. Регистр. №0320900972
3. Г.А. Ротбарт (Harold A. Rothbart: Cams – Design, Dynamics and Accuracy): Кулачковые механзмы – проектирование, динамика и вопросы точности изготовления. – Л., 1960. – 336 с.
4. P. Antonescu: Mechanisms and Machine Science (Synthesis with Polynomial Functions). – Bucharest, 2005. – 268 p.