

УДК 621.771.073

## РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПРОГИБОВ ЛИСТОВЫХ ВАЛКОВЫХ СИСТЕМ КВАРТО

Никита Константинович Маркин

*Студент 6 курса,  
кафедра «Оборудование и технологии прокатки»  
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана*

*Научный руководитель: В. И. Борисов,  
кандидат технических наук, доцент кафедры «Оборудование и технологии прокатки»*

Разработаны теоретические основы метода с учетом основных факторов, влияющих на прогиб валков, получены формулы для определения прогибов в валковой системе на длине бочки, на ширине и посередине полосы, выполнена оценка метода с использованием литературных источников.

В связи с повышением требований к точности проката, и в частности листов (полос), приобретает важное значение уточненный расчет прогибов валков. Известные методики расчета решают или ограниченную задачу, или носят экспериментально-аналитический характер, что снижает их универсальность, или сложны для расчета. Они различаются числом и методом учета факторов, влияющих на деформацию валков, а также принятыми допущениями. Совершенствование и разработка новых методик идет по пути увеличения числа учитываемых факторов и приближения действия нагрузок к реальным условиям прокатки и контактного взаимодействия валков между собой и с полосой.

Все существующие методики как отечественные, так и зарубежные можно объединить в три группы[1].

Первая группа объединяет методики, которые базируются на простых балочных моделях с использованием различных способов определения прогибов балок, представляющих валки, изложенных в работах по сопротивлению материалов.

В эту группу входят почти все отечественные методики, большинство из которых изложены в работе [2], а так же ряд зарубежных методик, например, методика, предложенная в работе [3].

Вторая группа объединяет методики, в основе которых лежит так же балочная модель. В нем валок по длине делят на отдельные элементы небольшой длины с последующим определением прогиба каждого элемента. Суммированием этих прогибов находят прогиб на нужном участке валка. К этой группе относится, например, методика, изложенная в работе [4], которая позднее была усовершенствована в работе [5].

Третья группа охватывает методики, разработанные на основе метода конечных элементов, например, методики, представленные в работах [6,7 и др.].

В данной работе при разработке основ методики примем балочную модель с использованием для определения прогибов теоремы Кастильяно.

Прогибы валков определяют с учётом касательных напряжений, вызванных поперечными силами, то есть:

$$y = y' + y'',$$

где  $y'$  и  $y''$  – прогибы от изгибающих моментов и поперечных сил.  
Согласно теореме Кастильяно:

$$y' = \int \frac{M}{EI} \cdot \frac{\partial M}{\partial R_{\phi}} dz, \quad (1)$$

$$y'' = \int \frac{kQ}{GF} \cdot \frac{\partial Q}{\partial R_{\phi}} dz, \quad (2)$$

где  $M$  и  $Q$  – изгибающий момент и поперечная сила;

$E$  и  $G$  – модули упругости при растяжении и сдвиге;

$I$  и  $F$  – момент инерции и площадь сечения;

$R_{\phi}$  – внешняя фиктивная сила (прикладывается в месте определения прогиба);

$k$  – безразмерный коэффициент, учитывающий форму сечения.

Пренебрегая дрейфом полосы в силу симметрии формы и нагрузок, угол поворота сечения валка от изгиба посередине бочки равен нулю. Это позволяет рассматривать половину валка с заделкой посередине бочки.

Расчетные схемы представлены на Рис.1 и 2.

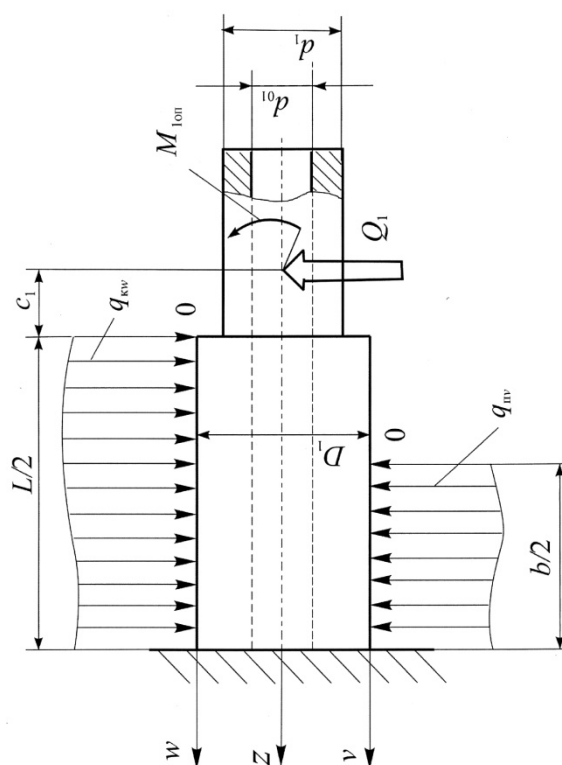


Рис.1 Расчетная схема рабочего валка.

Примем направление нагрузок и прогибов от полосы за отрицательное, а к полосе – за положительное.

Чтобы решить поставленную задачу, прежде всего, необходимо знать закон распределения межвалковой контактной силы.

Исходя из прогибов осей рабочего и опорного валков с учетом изменения

радиуса валков от изгиба, профилировки валков, контактную деформацию в любой точке контакта между валками (при условии нераскрытия межвалкового стыка по длине бочки) находим из равенства, полученного из логических рассуждений:

$$y_{kw}^H = (y_{1w} - \Delta R_{1w}) - (y_{2w} - \Delta R_{2w}) + f_{1w} + f_{2w}, \quad (3)$$

где  $y_{1w}$  и  $y_{2w}$  - прогибы осей рабочего и опорного валков;

$\Delta R_{1w}$  и  $\Delta R_{2w}$  - изменение радиусов бочки рабочего и опорного валков под действием изгибающего момента;

$f_{1w}$  и  $f_{1w}$  - координаты рабочих профилей рабочего и опорного валков в сечении с координатой  $w$ .

В дальнейшем прогибы осей валков будем называть просто «прогибы валков».

После определения из равенства (3) контактной деформации в середине валков ( $w=L/2$ ) и у края бочки ( $w=0$ ) найдем разницу контактной деформации на длине бочки вычитанием из контактной деформации посередине бочки контактной деформации у её края:

$$\Delta y_{kw}^H = (\Delta y_{1L} - \Delta y_{2L}) + (\delta R_{2L} - \delta R_{1L}) + f_1 + f_2, \quad (4)$$

где  $\Delta y_{1L}$  и  $\Delta y_{2L}$  - прогибы рабочего и опорного валков на длине бочки;

$\delta R_{1L}$  и  $\delta R_{1L}$  - разница в изменении радиусов рабочего и опорного валков на длине бочки;

$f_1$  и  $f_2$  - стрелы рабочих профилей рабочего и опорного валков.

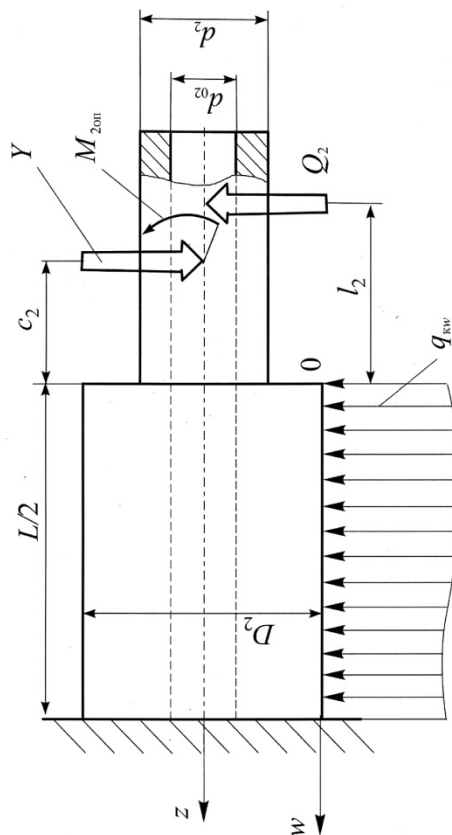


Рис.2. Расчетная схема опорного вала.

Для определения прогибов  $\Delta y_{1L}$  и  $\Delta y_{2L}$  фиктивную силу  $R_\Phi$  прикладываем у края бочки.

Координата  $z$  во всех случаях отсчитывается от места приложения силы  $R_\Phi$ .

Отметим, что величины с индексом 1 здесь и далее относятся к рабочему валку, а с индексом 2 – к опорному.

С учетом нагрузок, приложенных к валкам (см. рис. 1 и 2) уравнения (1) и (2) для определения величин  $\Delta y_{1L}$  и  $\Delta y_{2L}$  представим в следующем виде:

$$\Delta y'_{1L} = \frac{1}{E_1 I_{16}} \left\{ \int_0^{L/2} \left( \int_0^z q_{kw}(z-w)dw - Q_1(c_1+z) - M_{1оп} \right) z dz - \int_{\frac{L-b}{2}}^{L/2} \left[ \int_0^{z-(L-b)/2} q_{пв}(z-v - \frac{L-b}{2}) dv \right] z dz \right\}, \quad (5)$$

$$\Delta y''_{1L} = \frac{k_{16}}{G_1 F_{16}} \left[ \int_0^{L/2} \left( \int_0^z q_{kw} dw - Q_1 \right) dz - \int_{\frac{L-b}{2}}^{L/2} \left( \int_0^{z-(L-b)/2} q_{пв} dv \right) dz - \int_0^{(L-b)/2} 1 \cdot dz \right]; dy \quad (6)$$

$$\Delta y'_{2L} = \frac{1}{E_2 I_{26}} \left\{ \int_0^{L/2} \left[ Y(z+c_2) - Q_2(z+l_2) - \int_0^z q_{kw}(z-w)dw - M_{2оп} \right] z \cdot dz \right\}, \quad (7)$$

$$\Delta y''_{2L} = \frac{k_{26}}{G_2 F_{26}} \left\{ \int_0^{L/2} \left( Y - Q_2 - \int_0^z q_{kw} dw \right) \cdot dz \right\}; \quad (8)$$

где  $Y$  - реакция опор опорного валка;

$Q_1, Q_2$  - силы принудительного изгиба валков;

$q_{kw}$  - погонная межвалковая контактная сила;

$q_{пв}$  - погонная контактная сила между полосой и рабочим валком;

$M_{1оп}, M_{2оп}$  - моменты в подушках валков при их прогибе;

$E_1, E_2$  и  $G_1, G_2$  - модули упругости при растяжении и сдвиге материала валков;

$I_{16}, I_{26}$  и  $F_{16}, F_{26}$  - моменты инерции и площади сечений бочек валков;

$k_{16}, k_{26}$  - коэффициенты формы бочек валков.

Символы геометрических размеров показаны на рисунках 1 и 2.

Для решения уравнений (5)-(8) приняты следующие допущения:

распределение межвалковой контактной силы подчиняется параболическому закону;

сила прокатки по ширине листа распределяется равномерно;  
износ валков отсутствует;  
влияние сил трения в межвалковом контакте пренебрежительно мало;  
валки изготовлены монолитными, и их оси располагаются в одной плоскости;  
длина бочек рабочего и опорного валков одинаковая.

В соответствии с первым допущением

$$q_{kw} = q_{k\text{ ср}} - \frac{2}{3} \Delta q_{kL} + 4 \Delta q_{kL} \left( \frac{w}{L} - \frac{w^2}{L^2} \right), \quad (9)$$

где  $q_{k\text{ ср}} = \frac{P + 2Q_1}{L}$  - средняя межвалковая сила;

$\Delta q_{kL} = q_{kc} - q_{kL}$ , ( $q_{kc}$  и  $q_{kL}$  - погонные межвалковые силы посередине и у края бочки);

Величины равенства (9) представлены на рис.3.

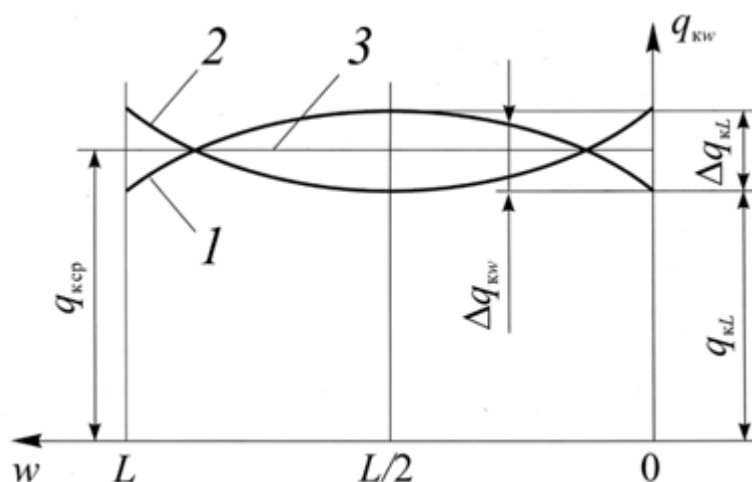


Рис.3. Диаграмма распределения межвалковой контактной силы по длине бочки;  
1,2,3 – возможные варианты распределения.

Для характеристики распределения межвалковой контактной силы введем коэффициент неравномерности распределения межвалковой силы:

$$\lambda = \frac{\Delta q_{kL}}{q_{k\text{ ср}}}. \quad (10)$$

В зависимости от варианта распределения (см. рис.3) величина  $\Delta q_{kL}$  может быть положительной или отрицательной. Следовательно, коэффициент  $\lambda$  принимает знак плюс или минус.

После преобразования равенства (9) с учетом отношения (10) получим:

$$q_{kw} = q_{k\text{ ср}} \left[ 1 - \frac{2}{3} \lambda + 4 \lambda \left( \frac{w}{L} - \frac{w^2}{L^2} \right) \right]. \quad (11)$$

При условии нераскрытия стыка между валками нетрудно найти интервал изменения коэффициента  $\lambda$ :

$$-1,5 \leq \lambda \leq 1,5.$$

Если коэффициент  $\lambda$  выходит из этого диапазона, то это свидетельствует о раскрытии стыка.

После решения уравнений (5-8) с учетом выражения (11) получим формулы для определения прогибов валков на длине бочки:

$$\Delta y'_{1L} = PA_1 \left[ \left( 8 + 24\bar{c}_1 + \bar{b}^3 - 4\bar{b}^2 \right) - (1 + \zeta_1) \left( 5 + 24\bar{c}_1 + \frac{11}{15}\lambda \right) \right] - M_{\text{оп}} \cdot S_1,$$

$$\Delta y''_{1L} = PB_1 \left[ 6(2 - \bar{b}) - \frac{24(1 - \bar{b})}{P} - (1 + \zeta_1)(6 + \lambda) \right],$$

$$\Delta y_{1L} = \Delta y'_{1L} + \Delta y''_{1L}; \quad (12)$$

$$\Delta y'_{2L} = PA_2 \left[ (1 + \zeta_1) \left( 5 + 24\bar{c}_2 + \frac{11}{15}\lambda \right) - 24\zeta_2(l_2 - \bar{c}_2) \right] - M_{\text{оп}} \cdot S_2,$$

$$\Delta y''_{2L} = PB_2(1 + \zeta_1)(6 + \lambda),$$

$$\Delta y_{2L} = \Delta y'_{2L} + \Delta y''_{2L}; \quad (13)$$

где  $P$  – сила прокатки,

$$\zeta_1 = \frac{2Q_1}{P} \quad \text{и} \quad \zeta_2 = \frac{2Q_2}{P} \quad - \text{относительные силы принудительного изгиба валков,}$$

$\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{l}_2, \bar{b}$  – относительные размеры, равные отношению соответствующих размеров к длине бочки  $L$ .

$A_n, B_n, S_n$  – коэффициенты гибкости соответственно от изгибающих моментов, действующих на валок, от поперечных сил; от моментов, действующих на подушки (индекс  $n$  принимает цифру 1 (рабочий валок) или 2 (опорный валок));

Формулы для расчета коэффициентов гибкости даны ниже (см. с.11).

Радиальную деформацию в произвольном сечении бочки валка определим из формулы, приведенной в работе [8]:

$$\Delta R_z = \frac{2\nu M_z}{\pi E (R_z^2 + r_0^2)}, \quad (14)$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона;

$M_z$  – изгибающий момент в сечении с координатой  $z$ ;

$R_z$  – радиус бочки валка;

$r_0$  – радиус осевого канала валка.

При отсутствии осевого канала  $r_0 = 0$ .

Исходя из формулы (14), разницу в радиальной деформации между серединой и краем бочки представим уравнением:

$$\delta R_L = \Delta R_c - \Delta R_L = \frac{2\nu(M_c - M_L)}{\pi E(R_z^2 + r_0^2)}, \quad (15)$$

где  $M_c$  и  $M_L$  - изгибающие моменты в середине и у края бочки.

Из расчетных схем получим следующие уравнения моментов, входящих в формулу (15):

$$M_{1c} = \frac{PL}{48} [6(4\bar{c}_1 - b + 2) - (1 + \zeta_1)(6 + 24\bar{c}_1 + \lambda)] - M_{1оп}, \quad (16)$$

$$M_{1L} = -\left(\frac{PL}{2}\zeta_1\bar{c}_1 + M_{1оп}\right);$$

$$M_{2c} = \frac{PL}{48} [(1 + \zeta_1)(6 + 24\bar{c}_2 + \lambda) - 24\zeta_2(\bar{l}_2 - \bar{c}_2)] - M_{2оп}, \quad (17)$$

$$M_{2L} = \frac{PL}{2} [(1 + \zeta_1)\bar{c}_2 - \zeta_2(\bar{l}_2 - \bar{c}_2)] - M_{2оп}.$$

Из выражения (4) с учётом равенств (12, 13) и формулы (15) для рабочего и опорного валков найдем изменение контактной деформации на длине бочки от изгибающих моментов, как функцию силовых параметров:

$$\Delta y_{kL}^I = f(P, \lambda, \zeta_1, \zeta_2). \quad (18)$$

С другой стороны, изменение контактной деформации  $\Delta y_{kL}$  можно найти из контактной задачи с использованием гипотезы Винклера, согласно которой контактная деформация в произвольной точке контакта выражается следующим образом:

$$y_{kw}^K = K_{kw} q_{kw}, \quad (19)$$

где  $K_{kw}$  - коэффициент податливости упругого основания.

В нашем случае коэффициент  $K_{kw}$  определен из формулы Б.С. Ковальского [12]. Из уравнения (19) с учетом полученной формулы коэффициента  $K_{kw}$  найдено:

$$y_{kw} = \frac{1}{\pi} (U' - \eta \ln(q_{kw})) q_{kw}, \quad (20)$$

$$\eta = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad \text{— упругая постоянная;} \quad (21)$$

$$U' = \eta \left[ \ln \left( \frac{D_1 + D_2}{\eta} \right) + 1,265 \right] + \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} - \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \ln \frac{D_1}{D_2}.$$

Разница контактной деформации, полученной из контактной задачи, между серединой и краем бочки равна:

$$\Delta y_{kL}^K = y_{kc} - y_{kL}; \quad (22)$$

где  $y_{kc}$  и  $y_{kL}$  - контактные деформации посередине и у края бочки.

Из равенства (22) с учетом уравнения (20) найдем:

$$\Delta y_{\kappa L}^{\kappa} = \frac{1}{\pi L} P(1 + \zeta_1) \left\{ \lambda \left[ U - \eta \ln \left[ P(1 + \zeta_1) \right] \right] - \eta B_0 \right\}, \quad (23)$$

$$U = \eta \left[ \ln \frac{(D_1 + D_2)L}{\eta} + 1,265 \right] + \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} - \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \ln \frac{D_1}{D_2};$$

где

(24)

$$B_0 = \left( 1 + \frac{\lambda}{3} \right) \ln \left( 1 + \frac{\lambda}{3} \right) - \left( 1 - \frac{2}{3} \lambda \right) \ln \left( 1 - \frac{2}{3} \lambda \right).$$

Величина  $\eta B_0$  мала и ею для первого приближения можно пренебречь.

Приравняв правые части функции (18) и уравнения (23) найдем формулу для определения коэффициента  $\lambda$ , которую представим в следующем виде:

$$\lambda = \frac{1}{\omega + \alpha} \left( -\alpha_1 + \frac{\alpha_2 + \gamma}{1 + \zeta_1} + \frac{f_1 + f_2 + M_{2оп} \cdot S_2 - M_{1оп} \cdot S_1}{P(1 + \zeta_1)} \right), \quad (25)$$

$$\omega = \frac{1}{\pi L} \left\{ U - \eta \ln \left[ P(1 + \zeta_1) \right] \right\};$$

где

$$\alpha = \frac{11}{15} A + B - N; \quad \alpha_1 = 5A + 24(A_1 \bar{c}_1 + A_2 \bar{c}_2) + 6(B - N) - \frac{1}{\pi L} \eta B_0;$$

$$\alpha_2 = A_1(8 + 24\bar{c}_1) + 24A_2\zeta_2(\bar{l}_2 - \bar{c}_2) + 12(B_1 - N_1) - \frac{24B_1}{P};$$

$$\gamma = A_1 b^2 (\bar{b} - 4) - 6\bar{b}(B_1 - N_1) + \frac{24B_1 \bar{b}}{P}.$$

Формулы для определения величин при расчете коэффициента  $\lambda$ :

| $A_n$                       | $B_n$                        | $N_n$                                         | $\eta$          | $U$             | $S_n$                     |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------|-----------------|---------------------------|
| $\frac{L^3}{384E_n I_{nб}}$ | $\frac{k_n L}{48G_n F_{nб}}$ | $\frac{L \nu_n}{6\pi E_n (D_n^2 + d_{0n}^2)}$ | формула<br>(20) | формула<br>(24) | $\frac{L^2}{8E_n I_{nб}}$ |

Индекс “n” при величинах может принимать цифру 1(рабочий валок) или 2(опорный валок). Отметим, что  $A = A_1 + A_2$ ;  $B = B_1 + B_2$ ;  $N = N_1 + N_2$ .

Формулу (25) можно использовать для анализа влияния параметров, определяющих коэффициент  $\lambda$ , на распределение межвалковой контактной силы.

Определив коэффициент  $\lambda$ , можно приступить к расчету необходимых прогибов: на длине бочки (для профилирования валков), на ширине полосы (для оценки поперечной разнотолщинности) и прогиба посередине валковой системы относительно опор опорного вала (для расчета модуля жесткости клетки).

Прогибы на длине бочки ( $\Delta y_{1L}$  и  $\Delta y_{2L}$ ) получим из равенств (12,13).

Для оценки поперечной разнотолщинности полосы необходимо найти на ширине полосы прогиб активной образующей рабочего вала, контактирующей с полосой, который складывается из прогиба оси

валка  $\Delta y_{1b}$ , деформации его радиуса  $\delta R_{1b}$ , профилировки  $f_{1b}$  и сплющивания  $y_{пб}$ . Его можно выразить следующим равенством:

$$(\Delta y_{1b})_{a.об} = \Delta y_{1b} - \delta R_{1b} - f_{1b} - y_{пб}. \quad (26)$$

Индекс “b” указывает, что величины равенства определяются на ширине полосы.

Прогиб валковой системы на ширине полосы получим из рассмотрения участка рабочего валка на ширине полосы. В этом случае фиктивную силу прикладываем у кромки полосы. В результате из уравнений (1,2) найдем:

$$\Delta y'_{1b} = PA_1 \bar{b}^2 \left\{ 12 - 7\bar{b} + 24\bar{c}_1 - (1 + \zeta_1) \times \right. \\ \left. \times \left[ 6 - \bar{b}^2 - 24\bar{c}_1 + \lambda \left( 1 - \frac{1}{3}\bar{b}^2 + \frac{1}{15}\bar{b}^4 \right) \right] \right\} - M_{1оп} \cdot S'_1,$$

$$\Delta y''_{1b} = PB_1 \bar{b} \left\{ 6 - \bar{b}(1 + \zeta_1) \left[ \lambda(2 - \bar{b}^2) + 6 \right] \right\},$$

$$\Delta y_{1b} = \Delta y'_{1b} + \Delta y''_{1b},$$

$$S'_1 = \frac{b^2}{8E_1 I_{16}} \quad \text{где} \quad - \text{коэффициент гибкости на ширине полосы от момента } M_{1оп}.$$

Величину  $\delta R_{1b}$  получим из уравнения (15), заменив момент у края бочки на момент у кромки полосы:

$$\delta R_{1b} = \frac{2\nu_1(M_{1c} - M_{1b})}{\pi E_1(R_1^2 + r_{10}^2)}.$$

где  $M_{1c}$  - момент посередине бочки, формула (18);

$M_{1b}$  - момент у кромки полосы.

Момент  $M_{1b}$  найдем из расчетной схемы (рис.1):

$$M_{1b} = PL \left\{ (1 + \zeta_1) \frac{(1 - \bar{b})^2}{48} \left[ 6 - \lambda(1 + \bar{b})^2 \right] - \frac{\zeta_1}{2} \left( \bar{c}_1 + \frac{1 - \bar{b}}{2} \right) \right\}.$$

При параболической профилировке стрела профиля на ширине полосы равна:  
 $f_{1b} = f_1 \bar{b}^2 (2 - \bar{b}).$

Сплющивание  $y_{пб}$  зависит от характера распределения силы прокатки по ширине полосы. В нашем случае принято это распределение равномерным. Отсюда вытекает, что сплющивание на ширине полосы тоже должно быть равномерным и на поперечную разнотолщинность не влиять. Однако, это не соответствует действительности. В связи с этим в дальнейшем предполагается от допущения о равномерности распределения силы прокатки по ширине полосы отказаться.

Вопрос распределения силы прокатки по ширине полосы на настоящее время проработан недостаточно, что затрудняет его рассмотрение в рамках данной работы. Поэтому сплющивание при неравномерном распределении следует проработать отдельно.

С некоторыми сведениями общего характера по определению распределения силы прокатки по ширине полосы можно ознакомиться в работах [5,10].

Определив прогиб активной образующей рабочего вала на ширине полосы после подстановки в равенство (26) полученных слагаемых, нетрудно найти поперечную разнотолщинность:  $\Delta h_b = 2(\Delta y_{1b})_{a.об.}$

Прогиб валковой системы, состоящей из полукомплектов с одинаковыми валками, посередине полосы относительно опорных валков найдем из полученного путем логических рассуждений равенства:

$$y_c = 2(y_{2c} - \Delta R_{2c} + y_{kc} + y_{nc}), \quad (27)$$

где  $y_{2c}$  - прогиб опорного вала;

$\Delta R_{2c}$  - деформация радиуса опорного вала;

$y_{kc}$  - межвалковая контактная деформация;

$y_{nc}$  - сплющивание валков в контакте с полосой.

Индекс "с" указывает на принадлежность величин к середине бочки.

Прогиб опорного вала посередине бочки определим из рассмотрения участка между серединой и его опорой с использованием уравнений (1,2):

$$\begin{aligned} y'_{2c} &= PA_2 \left\{ (1 + \zeta_1) \left[ 5 + 40\bar{c}_2 + 96\bar{c}_2^2 + 64\chi\bar{c}_2^3 + \frac{1}{15}(11 + 32\bar{c}_2) \right] - \right. \\ &\quad \left. - 24\zeta_2(\bar{l}_2 - \bar{c}_2)[1 + 4\bar{c}_2(1 + \chi\bar{c}_2)] \right\} - M_{2оп}S_2[1 + 4\bar{c}_2(1 + \chi\bar{c}_2)], \\ y''_{2c} &= PB_2(1 + \zeta_1)(6 + 24\alpha\zeta\bar{c}_2 + \lambda), \end{aligned}$$

где  $\chi = \frac{I_{16}}{I_{2ш}}; \zeta = \frac{F_{26}}{F_{2ш}}; \alpha = \frac{k_{2ш}}{k_{26}}$  (индекс «ш» указывает, что величина относится к шейке вала).

Деформация радиуса вала посередине бочки в соответствии с уравнением (14) равна:

$$\Delta R_{2c} = \frac{2v_2 M_{2c}}{\pi E_2 (R_2^2 + r_{02}^2)},$$

где  $M_{2c}$  - момент посередине бочки опорного вала, формула(17).

Величину межвалковой контактной деформации посередине вала найдем из уравнения (20) после подстановки вместо  $q_{kw}$  погонной силы  $q_{kc}$ , полученной из выражения:

$$q_{kc} = q_{ксп} \left(1 + \frac{1}{3}\lambda\right),$$

которое вытекает из уравнения (11) при  $w = L / 2$ .

В итоге:

$$y_{kc} = \frac{1}{\pi} (U' - \eta \ln q_{kc}) q_{kc}.$$

Что касается сплющивания валков в контакте с полосой, то соображения по его определению изложены ранее (см.с. 13).

Подставив в равенство (27) полученные слагаемые, найдем деформацию, которая характеризует жесткость валковой системы.

Оценим косвенно изложенную методику, исходя из жесткости рабочей клетки

непрерывного широкополосного стана 2000 горячей прокатки с валками 800/1600x2000мм. Модуль жесткости этой клетки по данным завода-изготовителя составляет  $M_k = 6 \text{ МН/мм}$  [13]. Приведем так же модуль жесткости той же клетки, полученный расчетным путем по методике ВНИИМЕТМАШ, который равен  $M_k = 5,6 \text{ МН/мм}$  [14].

Найдем жесткость той же клетки с учетом того обстоятельства, что деформация валковой системы на широкополосных станах составляет примерно 50% от деформации клетки [15].

Из расчета в соответствии с равенством (27) при силе прокатки  $P=10 \text{ МН}$  с учетом условий определения жесткости клетки заводом-изготовителем была определена деформация валковой системы:  $y_{\text{вс}} = 0,7925 \text{ мм}$ . Исходя из 50% доли этой деформации, деформация клетки составит  $y_k = 2y_{\text{вс}} = 1,585 \text{ мм}$ . Тогда в соответствии с этой деформацией жесткость клетки равна:

$$M_{\text{кр}} \frac{P}{y_k} = \frac{10}{1,585} = 6,3 \text{ МН/мм}.$$

Из сравнения модулей жесткости завода-изготовителя  $M_k$  и полученного из расчета по предложенной методике  $M_{\text{кр}}$ , найдем разницу между ними:

$$\Delta = \frac{M_{\text{кр}} - M_k}{M_k} = \frac{6,3 - 6,0}{6,0} \cdot 100\% = 5\%$$

#### Закключение.

Данную работу следует рассматривать как совершенствование методики, предложенной ранее А. И. Целиковым [14,15], что вызвано ужесточением требований к точности листового проката. В предложенной методике учтены практически все факторы, заметно влияющие на точность листов, а именно: контактное взаимодействие рабочего вала с опорным, приближенное к реальному; деформация радиуса валков, вызванная изгибающими моментами; рабочие профили валков (профили в процессе прокатки). В дальнейшем предполагается отказаться от принятого допущения о равномерном распределении силы прокатки в очаге деформации по ширине полосы, и приблизить взаимодействие рабочего вала с полосой к реальному. Разработанная методика применима при прокатке листов толщиной, исключаяющей контактное взаимодействие между рабочими валками (примерно при прокатке листов не тоньше 0,8-1,0мм). Ориентировочная оценка методики показала приемлемую точность результатов расчета.

#### Литература

1. Ginzburg V.B. Steel-rolling technology: Theory and Practice [M]. New York:Marcel Dekker. 1989.-p.526-538.
2. Коновалов Ю.В., Остапенко А.Л., Пономарев В.И. Расчет параметров листовой прокатки - М.: Металлургия. 1986.-429с.
3. Stone M.D., Gray R. Theory and practice aspects in crown control.// Iron and Steel Eng.-1965.-42(8).-p.73-83.
4. Shonet K.N., Townsend N.A. Roll bending methods of crown control in four-high plate mills// Iron and Steel Institute.-1968.-206(11).-p.1088-1098.

5. Edwards K.H., Spooner P.D. Analysis of strips shape. Automation of Tandem Mills. London: Iron and Steel Institute.-1973.-p.176-212.
6. Malik A.S., Grandhi R.V. Computational method to predict strip profile in rolling mills// Journal of Materials Processing Technology.-2008.-206.-p.263-274.
7. Восканьянц А.А. Расчет напряженно-деформированного состояния валковой системы клетки кварто 2500// Производство проката.-2001.-№5.-с.36-38.
8. Софронов Е.И. Уточненная методика расчета валков прокатных станов кварто// Вестник машиностроения.-1975.-№5.-с.43-47.
9. Пономарев С.Д., .Расчеты на прочность в машиностроении. Т III.-М.: Машгиз, 1956.-1118с.
10. Борисов. В.И. Точность прокатного листа и уравнения технологического наследования// Вестник МГТУ, серия «Машиностроение».- 1996.-№3.-с.16-23.
11. Фомин Г.Г., Дубейковский А.В., Гринчук П.С. Механизация и автоматизация широкополосных станов горячей прокатки.- М.: Металлургия 1979.-231с.
12. Герцев А.И., Гесслер Ю.В. Расчет жесткости рабочей клетки листового стана кварто// Труды ВНИИМЕТМАШ. Напряжения, деформации и прочность металлургических машин.-1988.-с.160-164.
13. Меерович И.М., Герцев А.И., Горелик В.С. и др. Повышение точности листового проката.- М.: Металлургия. 1969-261с.
14. Целиков А.И. Прокатные станы.-М.: Металлургиздат, 1946,-560с.
15. Целиков А.И., Смирнов В.В. Прокатные станы.-М.: Металлургиздат, 1958,-432с.